

**ÇOK SIRA BOŞLUKLU DEPREM PERDELERİNİN
DEĞİŞİK YÖNTEMLERLE ANALİZİ**

Ziya ÜNSAL, Orhan AKSOĞAN ve Engin EMSEN
Ç.Ü., İnşaat Mühendisliği Bölümü, Adana/Türkiye

ÖZET : Sürekli Bağlantı Yöntemi (SBY), yatay yükler etkisindeki boşluklu perdelerin analizi için yaygın olarak kullanılan bir yöntemdir. Bu çalışmada, elastik temele oturan, sonlu sayıda güçlendirici kirişi olan, bağlantı kirişleri duvarlara esnek bağlanmış, çok sıra boşluklu deprem perdelerinin statik ve serbest titreşim analizleri yapılmıştır. Statik analiz kısmında, önce, bağlantı kirişleri eşdeğer eğilme rijitliğine sahip tabakalı bir ortama dönüştürülmüş, sonra da, tabakaların ve güçlendirici kirişlerin orta noktalarında uygunluk denklemleri yazılarak çözüme gidilmiştir. Analiz sırasında, sınır şartları, perdenin duvarlarının tabanlarında temelin rijitliğine eşdeğer rijitlikte düşey, yatay ve dönel yaylar göz önüne alınarak yazılmıştır. Serbest titreşim analizinde ise toplanmış kütle modeline dönüştürülen sistemin birim yükleme durumu için SBY kullanılarak rijitlik matrisi bulunmuştur. Rijitlik matrisi ve toplanmış kütle kabulü ile elde edilen kütle matrisinin serbest titreşim denkleminde yerlerine konulması ile sistemin doğal frekansları ve bunlara ait mod şekil vektörleri elde edilmiştir. Sayısal uygulamalar bölümünde ise SBY ile yapılan analizler sonucunda elde edilen değerler SAP2000 yapı analizi programından elde edilenlerle karşılaştırılmıştır.

**ANALYSIS OF MULTI-BAY COUPLED SHEAR WALLS
WITH DIFFERENT METHODS**

ABSTRACT : The Continuous Connection Method (CCM) is widely used for the analysis of laterally loaded multi-bay shear walls. In this study, the static and free vibration analyses of elastically supported, multi-bay shear walls, having a finite number of stiffening beams and flexible connections between their piers and connecting beams, are considered. In the static analysis, at first, the connecting beams are replaced

* Bu çalışma Çukurova Üniversitesi Araştırma Fonu tarafından desteklenmiştir. Proje No:MMF.2003.YL.15

by a continuous laminated medium with equivalent bending stiffness, and then, the solution has been carried out by writing down the compatibility equations at the mid-points of the laminae and the stiffening beams. In the analysis, the boundary conditions have been written down, assuming that the bottom of each pier in the wall is elastically supported by vertical, horizontal and rotational springs of equivalent stiffnesses to that of the foundation. In the free vibration analysis, the stiffness matrix is found using the CCM for the unit loadings of the system, representing it by the lumped mass assumption. Substituting the stiffness matrix and the mass matrix, found by the lumped mass assumption, in the free vibration equation, the natural frequencies and the corresponding mode shape vectors are found. In the numerical applications part, the results obtained by the analyses using CCM are compared with those found by using the SAP2000 structural analysis program.

1. GİRİŞ

Hızlı nüfus artışı karşısında mevcut yerleşim sahalarını daha ekonomik şekilde değerlendirmek için çok katlı binalar yapılmaya başlanmıştır. Bunun neticesinde betonarme binalarda yükseklik arttıkça taşıyıcı sistemin boyutlandırılmasında rüzgar ve deprem gibi yatay yüklerin etkisinin düşey yüklere nazaran daha önemli olmaya başlaması, yatay etkilere karşı, rijitlikleri kolonlara göre daha fazla olan perdelerin tercih edilmesine sebebiyet vermiştir. Özellikle deprem bölgelerinde kolonlar, taşıdıkları servis yüklerinden daha fazla eğilme momentine maruz kalmakta ve yüksekliğe bağlı olarak ikinci mertebeden momentler büyümektedir. Dolayısıyla, bina yüksekliği boyunca yatay yerdeğiştirmeler yüksek mertebelerde olabilmektedir. Bu sebeple rüzgar ve depremden dolayı meydana gelen yatay kuvvetleri karşılamak için eğilme rijitlikleri kolonlara göre daha fazla olan perdeler tercih edilmektedir. Yatay yüklere karşı etkili bir dayanım gösteren deprem perdelerinin çok katlı yapılarda yaygın bir şekilde tercih edilmesi ile birlikte, mimari nedenlerle bırakılan boşluk sıra sayısında da artış olmuştur. Perdeler boşluksuz oldukları zaman konsol kiriş gibi çalıştıklarından hesapları kolaydır. Ancak, çeşitli nedenlerle bırakılan boşluklarla zayıflayan deprem perdeleri yüksek dereceden hiperstatik olduklarından hesapları da güçleşmektedir.

Sürekli bağlantı yöntemi (SBY) yatay yükler etkisindeki boşluklu perdelerin analizi için çok yaygın bir şekilde kullanılan yöntemlerden birisidir. SBY’nde boşluklu perdeler birleşik perdeler gibi göz önüne alınarak bağlantı kirişi adı verilen kat kirişleri ve döşemeler bina yüksekliği boyunca eşdeğer rijitlikteki sürekli yayılı kirişler olarak gösterilir ve bu elemanlarda oluşan kesme kuvvetleri sürekli dağıtılmış reaksiyonlar olarak modellenir. SBY’nde yapılan en önemli kabul bağlantı kirişlerini ve güçlendirici kirişleri eksenleri doğrultusunda rijit olarak ele almaktır. Bu kabul kat döşemeleri için çok yaygın şekilde kullanılan rijit diyafram modeliyle eşdeğer olup, çok doğru sonuçlar verdiği bilinen bir gerçektir. Bu kabule dayanarak herhangi bir yükseklikte tüm duvarlar aynı yanal yerdeğiştirmeyi yaparlar ve buna bağlı olarak aynı eğime sahip oldukları kabul edilebilir.

SBY’nin temel diferansiyel denklemleri, tüm açıklıklarda bağlantı kirişlerinin orta noktalarındaki düşey yerdeğiştirmeler için yazılan uygunluk denklemlerinden oluşmaktadır. Bu şekilde elde edilen ikinci mertebeden lineer diferansiyel denklem takımı için, perdelerin tabanında ve tepesinde sınır şartları ve güçlendirici kirişlerde

süreklilik şartları yazılarak çözüm yapılır. Analiz sonucunda perde duvarlardaki eksenel kuvvet fonksiyonları bulunur. Problemin ikinci aşamasında ise her bölge için perdelerde moment-eğrilik ilişkisi kullanılarak yatay yerdeğiştirme fonksiyonları bulunur. Boşluklu perde problemi, sürekli bağlantı yöntemi uygulanarak iki boyutlu probleminden tek boyutlu probleme dönüştürülür.

Sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak yapılan boşluklu perde analizlerinde ise sistem geometrik özellikleri bilinen sonlu elemanlarla modellenir. Elemanların düğüm noktalarındaki uygunluk ve sınır şartları tanımlanır ve matris cebri kullanılarak tüm sistem için bir denklem takımı oluşturulur. Böylece düğüm noktası deplasmanları ve bunlara bağlı olarak da düğümlerdeki gerilmeler hesaplanabilmektedir. Çok sıra boşluklu betonarme perde duvarları sonlu elemanlar yöntemi ile analiz yapılırken, perdeler ve bağlantı kirişleri için birbiri ile uyumlu sonlu eleman tipleri seçilmiş ve seçilen sonlu elemanların yapının şekil değiştirmiş halini iyi temsil edebilmesi dikkate alınmıştır.

Bir yapının tasarımı sırasında, serbest titreşim özelliklerini bilmek, dinamik yatay yüklerin ele alınışı ve ona göre hesap yapılması için büyük önem taşır. Bu çalışmanın dinamik analizinde kullanılacak yöntem iki adımdan oluşur. Birinci adımda elastik temele oturan çok sıra boşluklu perde, ayrı kütlelerden oluşan bir toplanmış kütleler sistemine dönüştürülür. Kütle sayısı sistemin serbestlik derecesini oluşturur ve bölgelerdeki kat sayılarından bağımsız olarak (onlardan küçük veya büyük) serbestçe seçilebilir. Ancak, her bir kütlenin büyüklüğü yapının yüksekliği boyunca ortalama kütle dağılımından elde edilir ve böylece yapının kütle matrisi bir köşegen matris olarak bulunur. İkinci adımda sistem rijitlik matrisi bulunacaktır. Bunun için daha önce oluşturulmuş olan ayrı kütlelerin her birinin yatay yerdeğiştirmeleri doğrultusunda birim yük ile yüklenmeleri ve yerdeğiştirmelerin bulunması gerekir. Bu yüklemelerin her biri için SBY kullanılarak boşluk sıralarındaki bağlantı kirişlerinin ve güçlendirici kirişlerin dönüm noktaları olan orta noktalarında uygunluk denklemleri yazılır. Boşluk sayısı kadar denklemden oluşan ikinci dereceden, lineer, girişimli diferansiyel denklem takımı, güçlendirici kirişlerle ve/veya perde kalınlığının değiştirilmesiyle iki veya daha fazla bölgeye ayrılmış olan perdenin bölge sayısı kadar denklemden oluşur. Boşluk sayısı m , bölge sayısı n olmak üzere $m \times n$ sayıda denklemi içeren diferansiyel denklem takımı, tek ve iki sıra boşluklu perdelerde kapalı olarak çözülebilmektedir. Ancak, boşluk sayısı üç ve daha fazla olduğunda, girişimli diferansiyel denklem takımında bilinmeyen sayısı da artmakta ve çözüm gittikçe zorlaşmaktadır. Ortak çözülmesi gereken bu diferansiyel denklem takımı değişken dönüşümü yapılarak özdeğer problemi şekline dönüştürülür. Elde edilen bu denklemler, katsayılar matrisinin köşegen şekle getirilmesiyle girişimsiz formda çözülür. Bu analiz sırasında temelin düşey, yatay ve dönel rijitlikleri de gözönüne alınarak tabanda sınır koşulları yazılır. Yatay yerdeğiştirmelerin bulunması sırasında, bölgeler arasında komşu iki bölgenin aynı yatay yerdeğiştirme ve eğime sahip olmaları koşulları uygulanır.

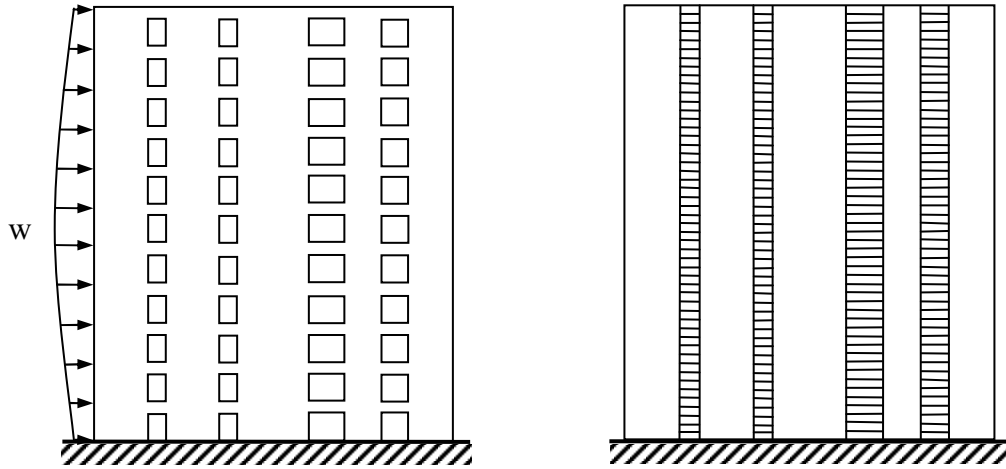
Birinci adımda bulunan ayrı kütleler sisteminin yerdeğiştirme şekilleri, tüm birim yükleme durumları için bulunduktan sonra, esneklik matrisi doğrudan doğruya yazılabilir ve tersi alınarak da rijitlik matrisi bulunur. Rijitlik matrisi ve toplanmış kütle kabulü ile elde edilen kütle matrislerinin serbest titreşim denkleminde yerlerine konulması ile sistemin doğal frekansları ve bunlara ait mod şekil vektörleri elde edilir.

Bu çalışmada da elastik temele oturan, sonlu sayıda güçlendirici kirişi olan, bağlantı kirişleri ile duvarlar arasında bağlantı esnekliği bulunan, simetrik olmayan çok sıra boşluklu perdelerin statik ve dinamik analizi SBY, eşdeğer çerçeve yöntemi ve sonlu elemanlar yöntemlerine göre yapılmıştır. Ele alınan örneklerde SBY için MATHEMATICA bilgisayar programlama dilinde Bıkçe ve Aksoğan (2002) tarafından hazırlanmış olan bir program, eşdeğer çerçeve ve sonlu elemanlar yöntemleri için ise SAP2000 yapı analizi programı kullanılmış ve elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı olarak sunulmuştur.

2. ANALİZ

2.1. Statik Analiz

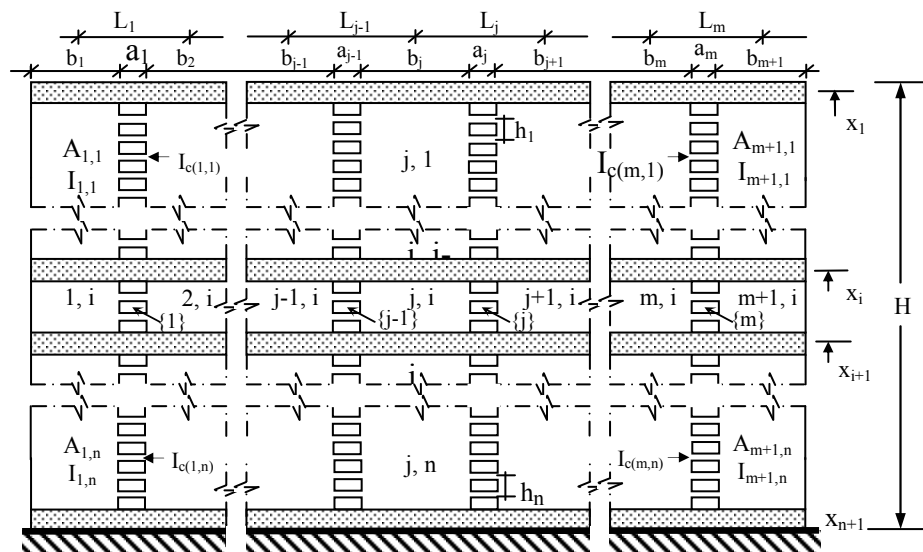
Son otuz beş yıl boyunca, boşluklu perde çözümü için kullanılan yöntemlerden biri olan SBY üzerinde üniversitelerde ve kuruluşların araştırma laboratuvarlarında çalışan mühendisler tarafından araştırmalar yapılmış ve konu üzerinde birçok makale yayınlanmıştır. Yöntemin anafikri, her kat yüksekliğinde duvarları birbirlerine bağlayan bağ kirişlerinde ve/veya döşemelerde bulunan kesme kuvvetlerini sürekli dağıtılmış reaksiyonlar olarak modellemektir (Şekil 1).



Şekil 1. Yatay yük etkisindeki çok sıra boşluklu bir perde ve çok sıra boşluklu perdenin SBY ile modellenmesi

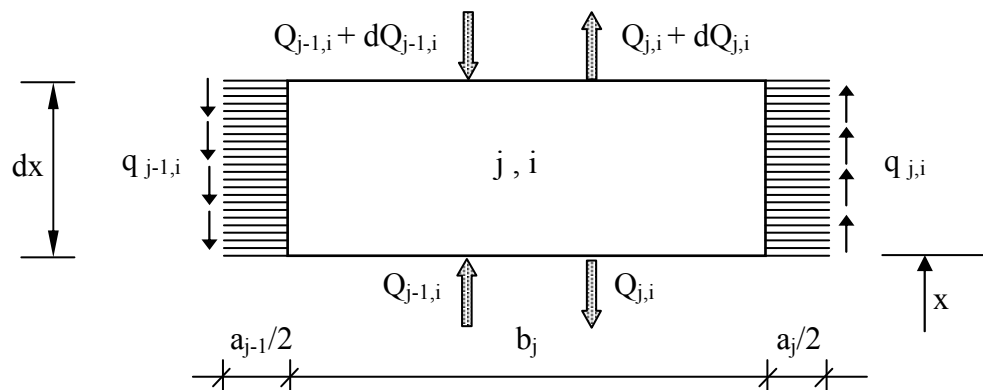
Sürekli bağlantı yönteminde yapılan kabuller şunlardır. Eğilmeden önce eksene dik olan düzlem kesitler eğilmeden sonra da eksene dik ve düzlem kalırlar (Bernoulli – Navier hipotezi). Bağlantı kirişlerinin ve güçlendirici kirişlerin eksenleri doğrultusunda sonsuz rijit oldukları kabul edilir. Bundan dolayı tüm duvarlar aynı yükseklikte eşit yatay yerdeğiştirme yaparlar. Bu kabule göre aynı yükseklikte bütün duvarların eğimleri ve eğrilikleri de birbirlerine eşit kabul edilebilir. Her bir duvardaki eğilme momenti perde eğilme rijitliği ile orantılıdır. Bu kabul, döşemelerin rijit diyafram modelinin de bir sonucu olarak düşünülebilir. Herhangi iki duvarı birbirine bağlayan bağlantı kirişlerinin ve her bir duvarın özelliği bölge yüksekliği boyunca sabittir. Her bölgede bağlantı kirişlerinin duvarlarla bağlantıları aynı eşdeğer yay sabitine sahiptirler. Bağlantı kirişlerindeki ayırık kesme kuvvetlerinin yerini onlara eşdeğer ve birim

yükseklikteki değeri $q_{j,i}$ olan sürekli kesme kuvvetleri alır. Eğilme rijitliği $EI_{c,j,i}$ olan ayrıklı bağlantı kirişlerinin yerine eğilme rijitliği birim yükseklikte $EI_{c,j,i} / h_i$ olan eşdeğer sürekli bağlantı ortamı oluşturulur. Burada önemli bir nokta en üstteki bağlantı kirişlerinin atalet momentlerinin birinci bölgedeki bağlantı kirişlerinin atalet momentlerinin yarısına eşit olduğu varsayımdır. Bağlantı kirişlerinin ve güçlendirici kirişlerin üzerinde yük olmadığı ve uçlarındaki dönmeler eşit olduğu için moment sıfır noktaları orta noktalarıdır.



Şekil 2. Güçlendirici kirişleri olan çok sıra boşluklu perde

Sürekli bağlantı ortamına dönüştürülmüş çok sıra boşluklu perde sisteminde, i bölgesinde j numaralı duvarın sağ ve sol tarafındaki yayılı tabakaların moment sıfır noktaları olan orta noktalarından geçen düşey kesitler alınırsa birim boydaki değeri $q_{j-1,i}$ ve $q_{j,i}$ ile gösterilen kesme kuvvetleri ortaya çıkar (Şekil 3).



Şekil 3. Perdede düşey kuvvetlerin dengesi

Şekil 3’te görülen, i bölgesinde j numaralı duvarın, dx uzunluğundaki parçasına etkiyen düşey kuvvetlerin dengesinden

$$\frac{dQ_{j-1,i}}{dx} - \frac{dQ_{j,i}}{dx} = q_{j,i} - q_{j-1,i} \quad j = 1, 2, \dots, m+1, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

eşitliği elde edilir. Burada,

$$Q_{0,i} = Q_{m+1,i} = q_{0,i} = q_{m+1,i} = 0 \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

olduğu unutulmamalıdır. Burada, dikkat edilmesi gereken bir nokta, i bölgesinde j numaralı duvar üzerinde eksenel kuvvet yerine duvarın komşu boşluklarındaki kesme kuvvetlerinin tepeden itibaren toplamaları olan $Q_{j,i}$ ve $Q_{j-1,i}$ fonksiyonları bu analizde temel bilinmeyenler olarak ele alınmaktadır. Bunların arasındaki fark i bölgesindeki j numaralı duvarın eksenel kuvvetini verecektir. Denklem takımı (1)’in bir sonucu olarak

$$\frac{dQ_{j,i}}{dx} = -q_{j,i} \quad j = 1, 2, \dots, m+1, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

eşitlikleri yazılabilir. Herhangi bir x yüksekliğinde kesilmiş çok sıra boşluklu perdeler için moment-eğrilik ilişkisi,

$$EI_i \frac{d^2 y_i}{dx^2} = M_{ei} - \sum_{j=1}^m Q_{j,i} L_j \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

şeklinde elde edilir. Burada M_{ei} dış kuvvetlerin toplam momenti, L_j perde eksenleri arasındaki mesafeler, y_i yanal deplasman fonksiyonu ve I perdelerin toplam atalet momenti olarak tanımlanmaktadır. SBY’de çok sıra boşluklu deprem perdelerinin uygunluk denklemleri, bağlantı kirişlerinin moment sıfır noktaları olan orta noktalarında hesaplanacak bağıl düşey yerdeğiştirmelerden bulunacaktır. Yani, ortadan kesilmiş gibi düşünülen bağlantı kirişinin solda ve sağda kalan uçlarının birbirine göre bağıl düşey yerdeğiştirmesinin sıfır olması koşulu uygunluk denklemlerini oluşturacaktır. Buna göre gerekli düzenleme ve kısaltmalarla perdelerin dönmesinden doğan bağıl düşey yerdeğiştirme, perde eksenel kuvvetlerinden doğan bağıl düşey yerdeğiştirme, bağlantı kirişindeki kesme kuvvetinden doğan bağıl düşey yerdeğiştirme, bağlantı kirişi-duvar elastik bağlantısından doğan bağıl düşey yerdeğiştirme ve temel hareketinden doğan bağıl düşey yerdeğiştirme (δ_{fj}) toplamının sıfıra eşitlenmesi ile

$$L_j \frac{dy_i}{dx} - \frac{h_i a_j^2}{2C_{cbi}} q_{j,i} - \frac{h_i a_j^3}{12EI_{c,j,i}} q_{j,i} - \frac{1}{E} \sum_{t=i+1}^n \left[\left\{ \frac{1}{A_{j,t}} \right\} \int_{x_{t+1}}^{x_t} (Q_{j,t} - Q_{j-1,t}) dx + \left\{ \frac{1}{A_{j+1,t}} \right\} \int_{x_{t+1}}^{x_t} (Q_{j,t} - Q_{j+1,t}) dx \right] - \frac{1}{E} \left[\left\{ \frac{1}{A_{j,i}} \right\} \int_{x_{i+1}}^x (Q_{j,i} - Q_{j-1,i}) dx + \left\{ \frac{1}{A_{j+1,i}} \right\} \int_{x_{i+1}}^x (Q_{j,i} - Q_{j+1,i}) dx \right] - \delta_{fj} = 0$$

$$j = 1, 2, \dots, m, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

olarak elde edilebilir. Bu uygunluk denklemi, (2) denklemleri geçerli kalmak üzere tüm boşluklar için yazılabilir. Burada a_j , C_{cbi} , $I_{c,j,i}$, $A_{j,i}$ ve δ_{fj} , sırasıyla, j numaralı boşluk genişliği, i bölgesinde kiriş-duvar bağlantı esnekliği, i bölgesinin j numaralı boşluğundaki bağlantı kirişinin atalet momenti, i bölgesindeki j numaralı duvarın enkesit alanı ve temelin bağıl düşey yerdeğiştirmesidir. Bu denklemin x'e göre türevi alınır, (3) ve (4) ifadeleri denklemde yerlerine yazılarak düzenlenirse

$$[\gamma_{j,i}^2 Q''_{j,i}]_{mx1} - [\alpha_{jk}^2]_{mxm} [Q_{j,i} L_j]_{mx1} = [-M_{ei}]_{mx1} \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

şeklinde matris formda Q'ya bağlı ikinci mertebeden homojen olmayan lineer diferansiyel denklem takımının genel ifadesi bulunmuş olur. Görüldüğü gibi (6) numaralı diferansiyel denklem takımı girişimlidir ve boşluk sayısına bağlı olarak matris boyutları büyüdüğünden ikiden fazla boşluk sayısı için kapalı çözümünü aramak pratiklikten çok uzaktır. Burada, (6) numaralı denklemin çözümü için matris ortogonalizasyon yöntemi kullanılacaktır. Bunun için, önce,

$$Q_{j,i} L_{j,i} = Z_{j,i} \Rightarrow Q_{j,i} = \frac{Z_{j,i}}{L_{j,i}} \Rightarrow Q''_{j,i} = \frac{Z''_{j,i}}{L_{j,i}} \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

şeklinde değişken değişimi yapılarak (6) numaralı denklem, temel bilinmeyenler $Z_{j,i}$ olmak üzere, daha açık olarak,

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\gamma_{1,i}^2}{L_{1,i}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_{2,i}^2}{L_{2,i}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{\gamma_{m,i}^2}{L_{m,i}} \end{bmatrix}}_{\underline{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} Z_{1,i}'' \\ Z_{2,i}'' \\ \vdots \\ Z_{m,i}'' \end{bmatrix}}_{\underline{Z}''} + \underbrace{\begin{bmatrix} -\alpha_{11}^2 & -\alpha_{12}^2 & \dots & -\alpha_{1m}^2 \\ -\alpha_{21}^2 & -\alpha_{22}^2 & \dots & -\alpha_{2m}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\alpha_{m1}^2 & -\alpha_{m2}^2 & \dots & -\alpha_{mm}^2 \end{bmatrix}}_{\underline{B}} \underbrace{\begin{bmatrix} Z_{1,i} \\ Z_{2,i} \\ \vdots \\ Z_{m,i} \end{bmatrix}}_{\underline{Z}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -M_{ei} \\ -M_{ei} \\ \vdots \\ -M_{ei} \end{bmatrix}}_{\underline{M}_{ei}}$$

$$i = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

şeklinde yazılabilir. Burada, $\underline{A}$ ve $\underline{B}$ mxm, $\underline{Z}$ ve $\underline{M}_e$ ise mx1 boyutlu matrislerdir. Bu denklemin homojen kısmı

$$\underline{A} \underline{Z}'' + \underline{B} \underline{Z} = \underline{0} \quad (9)$$

şeklinde yazılarak bu özdeğer problemi çözülür ve her özdeğere karşı gelen özvektörler ilgili kolonlara yazılırsa T dönüşüm matrisi elde edilir. Denklem (8), $\underline{Z}$ vektörü katsayılarının sabit olmasından dolayı diyagonalize edilebilir. Bu amaçla $\underline{Z}$ ve $\underline{Z}''$, dönüşüm matrisi kullanılarak,

$$\underline{Z} = \underline{T} \underline{Y}, \quad \underline{Z}'' = \underline{T} \underline{Y}'' \quad (10)$$

şeklinde ifade edilirler ve (8) numaralı denklemin matris formunda yerlerine konulursa

$$\underline{A} \underline{T} \underline{Y}'' + \underline{B} \underline{T} \underline{Y} = \underline{M}_e \quad (11)$$

eşitliği elde edilir. Burada $\underline{T}$ ve $\underline{Y}$, sırasıyla, mxm boyutunda dönüşüm matrisi ve mx1 boyutunda x'e bağlı lineer bağımsız fonksiyonlardan oluşan matristir. Bu denklemin her iki tarafı $\underline{T}^T$ ile çarpılırsa $\underline{A}$ ve $\underline{B}$ matrisleri diyagonal şekle dönüşür ve

$$\tilde{\underline{A}} \underline{Y}'' + \tilde{\underline{B}} \underline{Y} = \tilde{\underline{M}}_e \quad (12)$$

şeklinde girişimsiz bir diferansiyel denklem takımı elde edilir. Denklem (12)'nin tüm $i = 1, 2, \dots, n$ bölgeleri için genel çözümü

$$Y_{j,i} = C_{j,i} \cosh \left(\sqrt{\frac{\tilde{B}_{jj,i}}{\tilde{A}_{jj,i}}} x \right) + D_{j,i} \sinh \left(\sqrt{\frac{\tilde{B}_{jj,i}}{\tilde{A}_{jj,i}}} x \right) + \frac{1}{\tilde{B}_{jj,i}} \left[\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{\tilde{B}_{jj,i}}{\tilde{A}_{jj,i}} \right)^{-k} \frac{d^{2k}}{dx^{2k}} (\tilde{M}_{ei}) \right]$$

$$j = 1, 2, \dots, m, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

şeklinde verilebilir. Elde edilen (13) numaralı genel çözümde, her bir i bölgesi için boşluk sıra sayısı kadar $C_{j,i}$ ve $D_{j,i}$ sabitleri bulunmaktadır.

Sınır koşulları yazılmadan önce, sınır koşullarında kullanılacak olan güçlendirici kirişlerdeki kesme kuvveti değerleri belirlenmelidir. Bu amaçla, (5) numaralı uygunluk denklemi hem i bölgesinin x_i konumu için, hem de x_i yükseklikteki güçlendirici kiriş için yazılarak ortak çözülür ve düzenlemeler yapılarak

$$S_{j,i} = \frac{\left(\frac{h_i}{C_{cb_i}} + \frac{h_i a_j}{6EI_{c_{j,i}}} \right)}{\left(\frac{1}{C_{sb_i}} + \frac{a_j}{6EI_{s_i}} \right)} \frac{1}{H} \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad i = 1, 2, \dots, n + 1 \quad (14)$$

tanımı yapılırsa güçlendirici kirişlerdeki kesme kuvveti değerleri

$$V_{j,i} = S_{j,i} H q_{j,i} \Big|_{x=x_i} \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad i = 1, 2, \dots, n + 1 \quad (15)$$

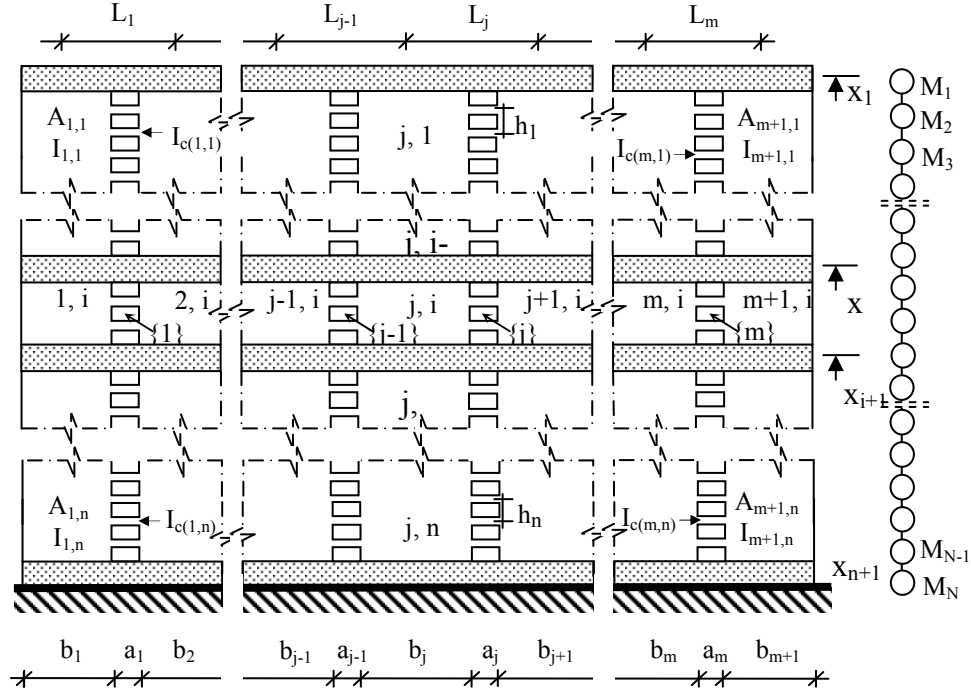
olarak bulunur. Her bölgede boşluk sıra sayısı kadar $C_{j,i}$ ve $D_{j,i}$ bilinmeyen integral sabiti çifti olduğundan bunlar, bütün bölge uçlarında düşey kuvvet dengesi ve bütün bölge uçlarında yazılan eğimlerin sürekliliği koşullarından bulunurlar. Yukarıda belirtilen tüm sınır koşulları yazılır ve ortak çözülürse bütün bölgelere ait $C_{j,i}$ ve $D_{j,i}$ integrasyon sabitleri bulunur. Daha sonra sırasıyla integrasyon sabitleri (13) denkleminde yerlerine konulur, elde edilen $Y_{j,i}$ değerleri (10) denklemlerinin birincisinde yerlerine konulur ve elde edilen ifade (7) numaralı denklemlerin birincisinde yerine konulursa $Q_{j,i}$ bilinmeyen fonksiyonları elde edilir. Elde edilen $Q_{j,i}$ ifadeleri (4) numaralı moment eğrilik ilişkisinde yerlerine konulup elde edilen denklemler iki kez integre edilirse

$$y_i = \frac{1}{EI_i} \int \left[\int \left(M_{ei} - \sum_{j=1}^m Q_{j,i} L_j \right) dx \right] dx + H_i x + G_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (16)$$

ifadeleri elde edilir. Bu denklemlerdeki, bölge sayısı kadar H_i ve G_i bilinmeyen integrasyon sabiti çifti, x_i yükseklikte komşu iki bölge yanal deplasmanlarının ve türevlerinin eşitliğinden perde tabanında yanal deplasmanın ve perde tabanında dönmenin yazılmasıyla elde edilen sınır koşullarından bulunur. Yukarıdaki ifadelerden elde edilen $2 \times n$ adet sınır koşulunun ortak çözümünden toplam $2 \times n$ adet integrasyon sabiti bulunur. Bulunan bu sabitler (16) denklemlerinde yerlerine yazılırsa tüm bölgelere ait yatay yerdeğiştirme fonksiyonları belirlenmiş olur.

2.2. Serbest Titreşim Analizi

Çok sıra boşluklu perde, problemin çözümü için, önce, ayrıntı kütlelerle modellenecek, sonra da, SBY kullanılacaktır. Çok sıra boşluklu perdenin kütle matrisi bir köşegen matris olarak toplanmış kütle kabulü ile bulunmaktadır.



Şekil 4. Güçlendirici kirişleri olan çok sıra boşluklu perde için toplanmış kütle modeli

Her bölgeye uygun sayıda toplanmış kütle yerleştirilerek bölge toplam kütlelerinin bu sayıya bölünmesi ile bölgedeki kütlelerin büyüklüğü bulunacak ve uçlardaki kütlelerin büyüklüğü ise diğer kütlelerin yarısına eşit olacaktır (Şekil 4). Bu işlemler tüm bölgeler için yapılarak güçlendirici kirişlerden gelen katkılar da hesaplandıktan sonra yapının $\underline{M}$ kütle matrisi köşegen matris olarak bulunur. Bu matrisin boyutu, kütle sayısı N olmak üzere, $N \times N$ olur.

Esneklik matrisi her toplanmış kütlelerin bulunduğu yükseklikteki yatay yerdeğiştirme doğrultusunda birim kuvvet uygulanarak bulunacaktır. Her birim yük uygulamasından elde edilen yatay yerdeğiştirmeler esneklik matrisinin bir kolonunu oluşturacaktır. Böylece, bir genel birim yükleme için yapılan analiz tüm esneklik matrisini bulmak için yeterlidir. Esneklik matrisinin tersi alınarak da rijitlik matrisi bulunur. İşlemler sırasında birim yük daha önce tanımlanan bölgelerin birinin içine rastladığında o bölge iki yeni bölgeye ayrılır. Uygunluk denklemleri yazılırken ifade kolaylığı sağlaması için Macaulay parantezleri kullanılacaktır. Macaulay parantezleri

$$\left. \begin{array}{l} x > x' \text{ için } < x - x' >^n = (x - x')^n \text{ ve } < x - x' >^0 = 1 \\ x \leq x' \text{ için } < x - x' >^n = 0 \text{ ve } < x - x' >^0 = 0 \end{array} \right\} \quad (17)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Macaulay parantezi tanımına göre

$$\begin{array}{l} H_p > x \text{ ise } < H_p - x >^1 = (H_p - x) \\ H_p \leq x \text{ ise } < H_p - x >^1 = 0 \end{array} \quad (18)$$

olduğu için M_{ei} momenti yükün üzerindeki bölge için sıfır, altındaki bölge için yükün uygulandığı nokta ile moment alınan noktanın yükseklik farkının birim yük ile çarpımına eşit olur. Burada H_p , birim yükün bulunduğu yüksekliktir. Buna göre M_{ei} moment değeri birim yükleme durumu için

$$M_{ei} = < H_p - x >^1 \quad (19)$$

olarak yazılabilir. Yukarıda yapılan tariftten sonra uygunluk denklemleri yazılarak statik analiz bölümünde anlatılan işlem adımları aynen uygulanıp perde eksenel kuvvet fonksiyonu ($Q_{j,i}$) bulunur. Elde edilen $Q_{j,i}$ ifadeleri moment eğrilik ilişkisine ait denklemde yerine konulup gerekli işlemler yapılırsa yatay yerdeğiştirme fonksiyonları (y_i) belirlenmiş olur. Her bir birim yük için bulunan bu yerdeğiştirme değerleri esneklik matrisinin bir kolonunu oluşturur. Yukarıda anlatılan hesaplar sonucunda esneklik matrisi, $\underline{F}$, kolon kolon oluşturulur ve tersi alınır

$$\underline{K} = \underline{F}^{-1} \quad (20)$$

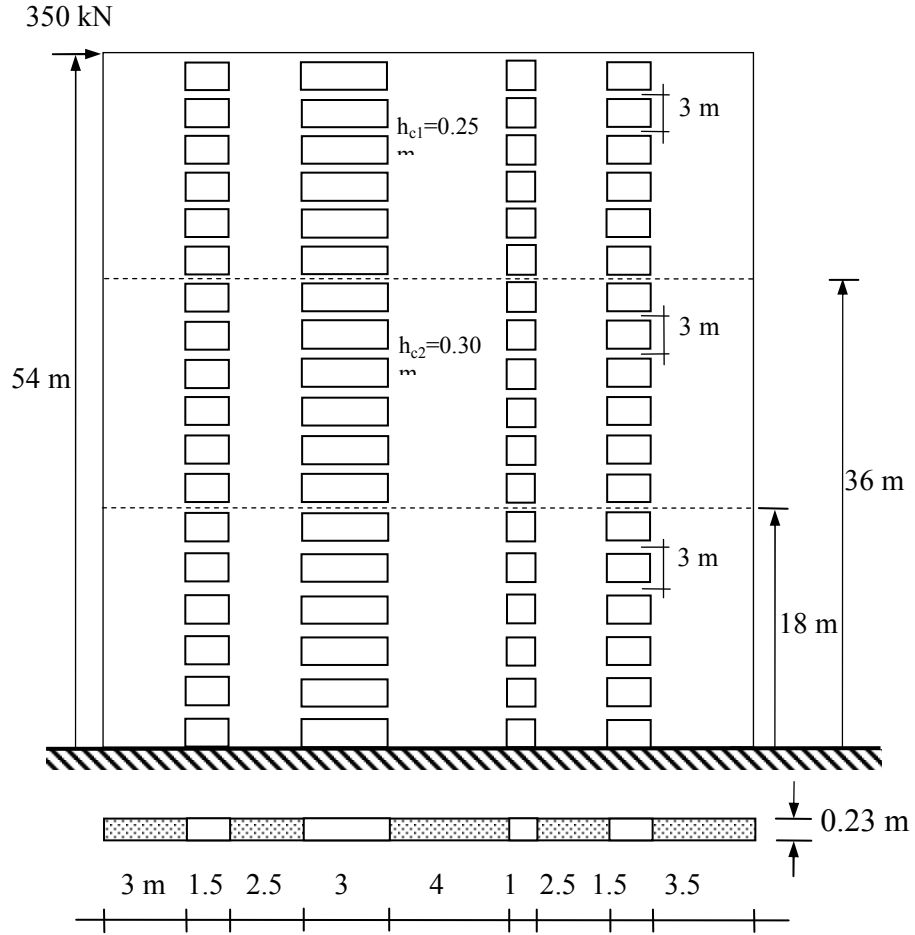
rijitlik matrisi bulunur. Bilindiği gibi boşluklu perdeler için serbest titreşim denklemi

$$\underline{M} \ddot{\underline{X}} + \underline{K} \underline{X} = \underline{0} \quad (21)$$

şeklinde yazılır. Sistem serbestlik derecesi mertebesinde olan bu denklemde, elde edilen kütle ve rijitlik matrisleri yerlerine konulur. Bu denklemin çözümünden elde edilen özdeğerler tek tek yerlerine konulup çözüm yapılarak her özdeğere karşı gelen özvektör elde edilir.

3. SAYISAL UYGULAMA

Sayısal uygulama için biri statik diğeri serbest titreşim olmak üzere iki örnek hazırlanmıştır. Hazırlanan örneklerde üç yöntemle de elde edilen değerler karşılaştırılmış, aralarındaki farklar oransal olarak sunulmuştur.



Şekil 5. Örneğe ait dört sıra boşluklu perde ve en kesiti

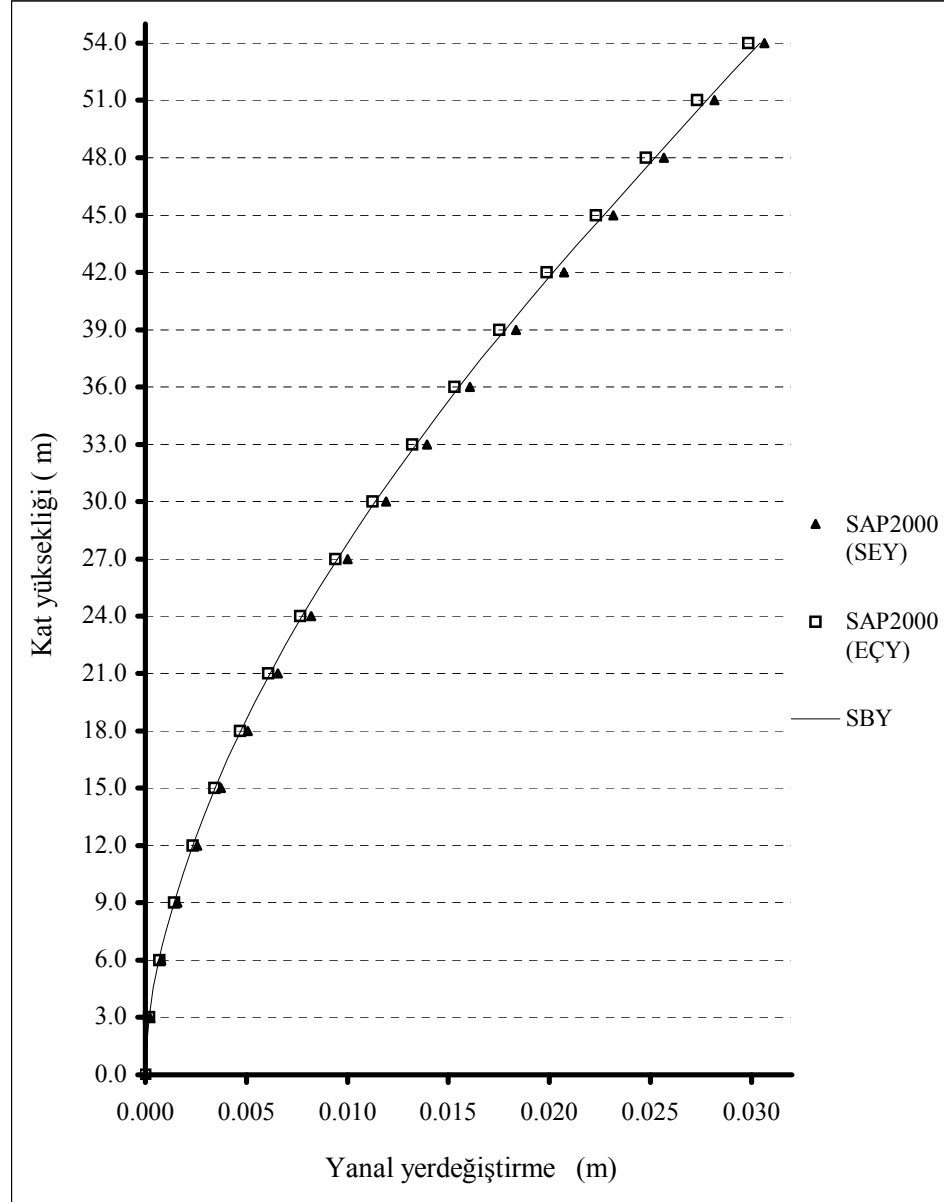
Birinci örnekte, Şekil 5'teki veriler kullanılarak üç bölge ve her bölgesinde birbirinden farklı bağlantı kirişi yüksekliğine sahip, rijit zemine oturan dört sıra boşluklu bir perde incelenmiştir. Toplam yüksekliği 54 m, kat yükseklikleri 3 m bağlantı kirişi yükseklikleri sırasıyla 0.25 m, 0.30 m, 0.35 m, kalınlığı 0.23 m ve elastisite modülü 2×10^7 kN/m² olan perdeye tepesinden yatay olarak 350 kN'luk bir yük etki etmektedir. Çizelge 1'de her bir kat hizasındaki yerdeğiştirme değerleri, Çizelge 2'de ise perde tabanı momentleri ile eksenel kuvvet değerleri verilmiş olup bu sonuçlar Şekil 6'da da grafik olarak sunulmuştur.

Çizelge 1. Örnek 1 için SAP2000 ve SBY ile elde edilen her bir kat hizasındaki yanal yerdeğiştirme değerlerinin karşılaştırılması

Kat No	Kat Yüksekliği (m)	SBY	SAP2000			
			EÇY		SEY	
		Yanal Yerd. (m)	Yanal Yerd. (m)	% Fark (SBY ile)	Yanal Yerd. (m)	% Fark (SBY ile)
0	0.0	0.000000	0.000000	0.000	0.000000	0.000
2	6.0	0.000681	0.000682	0.147	0.000779	12.580
4	12.0	0.002337	0.002332	0.214	0.002561	8.747
6	18.0	0.004713	0.004675	0.811	0.005056	6.786
8	24.0	0.007774	0.007681	1.211	0.008215	5.368
10	30.0	0.011390	0.011249	1.253	0.011913	4.390
12	36.0	0.015519	0.015296	1.458	0.016069	3.423
14	42.0	0.020192	0.019860	1.672	0.020708	2.492
16	48.0	0.025217	0.024788	1.731	0.025648	1.680
18	54.0	0.030400	0.029847	1.853	0.030652	0.822

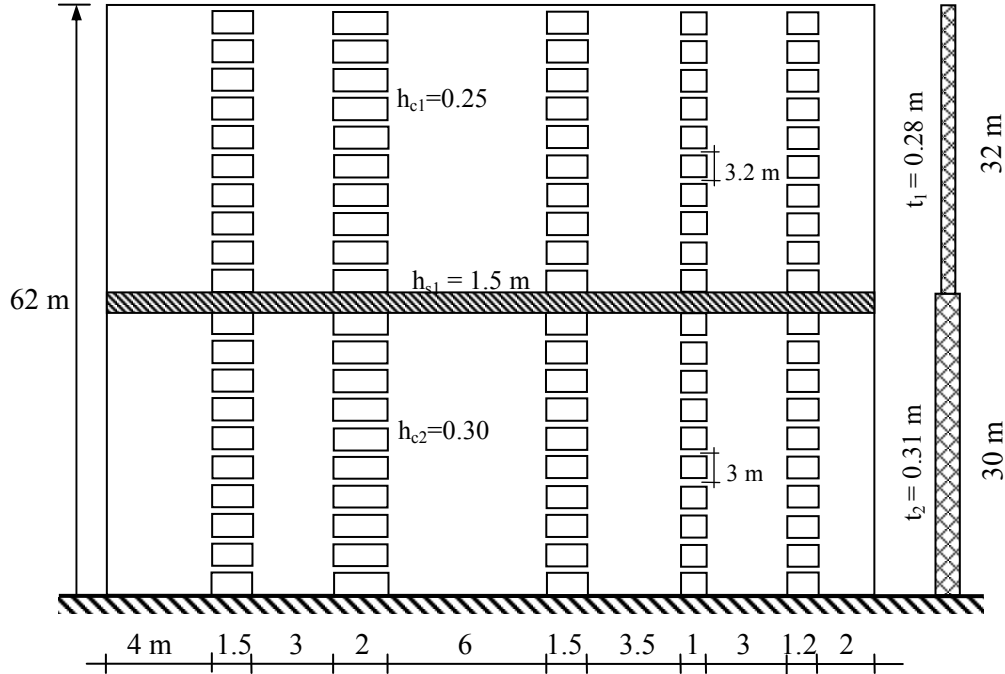
Çizelge 2. Örnek 1 için SAP2000 ve SBY ile bulunan perde tepesi yerdeğiştirmesi, perde tabanı momentleri ve eksenel kuvvet değerlerinin karşılaştırılması

Büyüklikler	SBY	SAP2000			
		EÇY	SEY	EÇY % Fark (SBY ile)	SEY % Fark (SBY ile)
T1	635.35	632.20	639.32	0.500	0.620
T2	266.08	256.74	268.52	3.641	0.906
T3	1071.35	1051.91	1046.63	1.849	2.362
T4	368.32	358.94	368.72	2.614	0.109
T5	1072.31	1068.43	1048.71	0.363	2.250
M1	481.35	489.28	525.37	1.622	8.379
M2	278.55	283.15	321.58	1.624	13.382
M3	1140.97	1159.77	1149.09	1.621	0.707
M4	278.56	283.14	325.55	1.619	14.436
M5	764.36	776.95	800.55	1.621	4.521
y _H (m)	0.030399	0.029847	0.030652	1.849	0.825



Şekil 6. Örnek 1 için elde edilen yanal yerdeğiştirme değerlerinin karşılaştırılması

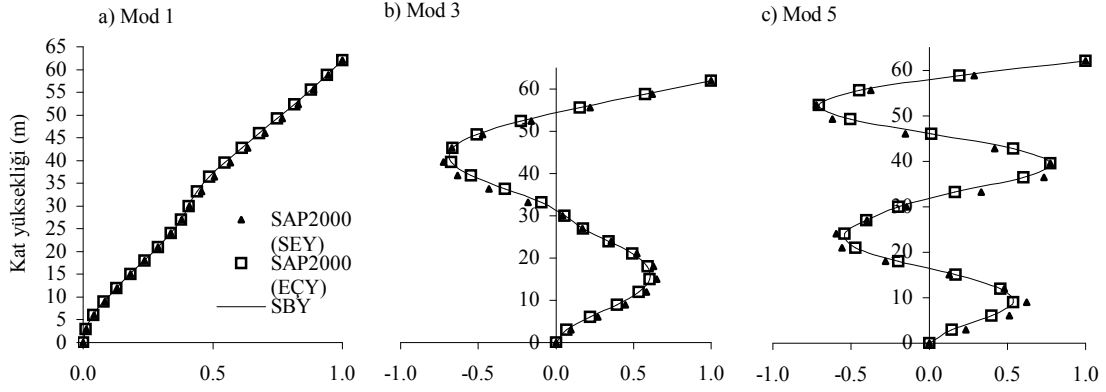
İkinci örnekte bölgeden bölgeye bağlantı kirişi yüksekliği, kat yüksekliği ve kalınlık değişiklikleri dikkate alınmaktadır. Yüksekliği 62 m, tepeden başlayarak her bölge için kalınlığı 0.28 m, 0.31 m, güçlendirici kiriş yüksekliği 1.5 m, kat yükseklikleri 3.2 m, 3.0 m, bağlantı kirişi yükseklikleri 0.25 m, 0.3 m ve elastisite modülü 2×10^7 kN/m² olan perdenin yoğunluğu 2400 kg/m³ olarak alınmıştır. Çizelge 3'te ilk on doğal frekans değerleri karşılaştırılmıştır. Sonlu elemanlar yönteminde özellikle yüksek modların doğal frekanslarının diğer iki yöntemden çok farklı çıkmasının nedeninin Bernoulli-Navier hipotezinin bir sonucu olduğu düşünülmektedir. Ayrıca, Şekil 7'de birinci, üçüncü ve beşinci mod şekil vektörleri grafik olarak sunulmuştur.



Şekil 7. Örnek 2'ye ait beş sıra boşluklu perde ve en kesiti

Çizelge 3. Örnek 2 için SBY ile bulunan doğal frekans (Hz) değerlerinin SAP2000 programından elde edilenlerle karşılaştırılması

Mod	SBY	SAP2000			
		EÇY		SEY	
	Frekans (Hz)	Frekans (Hz)	% Fark (SBY ile)	Frekans (Hz)	% Fark (SBY ile)
1	1.93247	1.92849	0.20674	1.76851	9.27113
2	5.25465	5.24228	0.23587	4.96703	5.79067
3	13.88973	13.86649	0.16757	12.28473	13.06496
4	19.937296	19.90985	0.13786	18.04863	10.46432
5	34.62742	34.58799	0.11398	28.77169	20.35237
6	45.61065	45.55696	0.11786	37.43595	21.83650
7	65.69841	65.62809	0.10716	49.69326	32.20790
8	82.01674	81.90976	0.13061	59.89338	36.93791
9	106.21851	106.09175	0.11948	71.98985	47.54650
10	129.32017	129.09622	0.17347	83.43499	54.99513



Şekil 8. SAP2000 ve SBY ile bulunan birinci, üçüncü ve beşinci mod şekil vektörlerinin karşılaştırılması

4. SONUÇLAR

Bu çalışmada ayrıntılı olarak tanıtılan SBY, iki bakımdan büyük kolaylık sağlamaktadır. Birincisi, data hazırlamasının çubuk elemanlar ve düzlemsel elemanlar ile hesap yapan diğer yöntemlere göre çok daha kolay olmasıdır. Ayrıca, değişik olasılıkları denemek için perdede bazı değişiklikler yapılması gerektiğinde yeni data hazırlanırken eskisinde bazı küçük değişiklikler yapılmasının yeterli olması da büyük kolaylık sağlamaktadır. İkinci kolaylık ise, burada verilen yöntemle yapılan çözüm süresinin diğer yöntemlere göre daha kısa olmasıdır. Bu iki kolaylık göz önüne alındığında kolayca görülebilir ki, bu yöntem öntasarım amacı ile çok etkin bir şekilde kullanılabilir. Perdenin özelliklerini ve güçlendirici kirişlerin yerlerini saptamada çok fazla sayıda olasılık, kısa bir süre içerisinde denenerek, sistem seçimi aşaması etkin bir şekilde ve kısa bir sürede tamamlanır.

5. SEMBOLLER

- a_j : j numaralı boşluk genişliği,
 $A_{j,i}$: i bölgesinde j numaralı duvarın alanı,
 b_j : j numaralı duvar genişliği,
 C_{cbi}, C_{sbi} : i bölgesinde kiriş-duvar ve güçlendirici-duvar bağlantı rijitliği,
 E : elastisite modülü,
 $\underline{F}$: esneklik matrisi,
 h_i : i bölgesindeki kat yüksekliği,
 G_i, H_i : yanal deplasman fonksiyonuna ait integrasyon sabitleri
 I_{si} : x_i yükseklikteki güçlendirici kirişin atalet momenti,
 $I_{cj,i}$: i bölgesinin j numaralı boşluğundaki bağlantı kirişi atalet momenti,
 $I_{j,i}$: i bölgesinin j numaralı duvarının atalet momenti,
 I_i : i bölgesindeki duvarların atalet momentleri toplamı,

i	: bölgelerin ve bölgeler arası sınırların numaraları,
j	: açıklık ve duvar numaraları,
$\underline{K}$	: rijitlik matrisi,
$L_{j,i}$	: i bölgesinde j ve $(j+1)$ numaralı duvar eksenleri arasındaki uzaklık,
$\underline{M}$	: kütle matrisi,
$M_{j,i}$	: i bölgesinde j numaralı duvardaki eğilme momenti,
$M_e(x)$	: daha üstte kalan yükün x yüksekliğine göre momenti,
m	: düşey doğrultudaki boşluk sıralarının sayısı,
n	: düşey doğrultuda bölge sayısı,
$q_{j,i}$	: i bölgesinde j numaralı açıklıktaki kesme kuvveti akış fonksiyonu,
$Q_{j,i}$	: i bölgesinin j numaralı boşluğundaki kesme kuvvetlerinin perde tepesinden itibaren toplamı,
T	: transformasyon matrisi,
$V_{j,i}$	: x_i yükseklikteki güçlendirici kirişin j açıklığındaki kesme kuvveti,
x_i	: i bölgesinin üst noktasının yüksekliği,
$\underline{X}$	: yerdeğiştirme vektörü,
$\underline{\ddot{X}}$	: ivme vektörü
y_i	: i bölgesinde yatay yerdeğiştirme fonksiyonu,
δ_{fj}	: j ve $j+1$ numaralı duvar tabanlarının bağıl düşey yerdeğiştirmesi,

6. KAYNAKLAR

1. Arslan, H.M. ve Aksogan, O., "Dynamic Analysis of Stiffened Coupled Shear Walls by Continuous Connection Method", *Ç.U. J. Fac. Eng. Arch.*, 11(2), pp. 1-13, 1998.
2. Aksogan, O., Arslan, H.M. ve Choo, B.S., "Forced Vibration Analysis of Stiffened Coupled Shear Walls Using Continuous Connection Method", *Engineering Structures*, 25, pp. 499-506, 2003.
3. Aksogan, O., Turker, H.T. ve Oskouei, A.V., "Stiffening of Coupled Shear Walls at Arbitrary Number of Heights", *Advances in Civil Engineering, First Technical Congress, North Cyprus*, 2, pp. 780-787, 1993.
4. Elkholy, N.S. ve Robinson, N., "Analysis of Multi-bay Coupled Shear Walls", *Build. Sci.*, 8, pp. 153-157, 1973.
5. Koo, K.K. ve Cheung, Y.K., "The Static Analysis of Multi-bay Coupled Shear Walls", *Building and Environment*, 19(2), pp. 93-99, 1984.
6. Wilson, E.L., "SAP2000 Integrated Finite Element Analysis and Design of Structures", *Computers and Structures, Inc.*, 1-2, 1997.