
KREMAYER TİPİ KESİCİ TAKIMLA İMAL EDİLMİŞ EVOLVENT DÜZ DİŞLİ ÇARKLARIN MATEMATİK MODELENMESİ

*Tufan Gürkan YILMAZ**

*Emin GÜLLÜ**

Alınma: 08.10.2015 ; düzeltme: 24.03.2016 ; kabul: 01.04.2016

Öz: Bu çalışmada asimetrik evolvent düz dişli çarkların Litvin' in yaklaşımından hareketle matematik modellenmesi yer almaktadır. Bu kapsamda önce asimetrik evolvent düz dişli çarkı imal eden kremayer tipi kesici takımın matematik olarak ifadesi ve sonra diferansiyel geometri, eş çalışma ve dişli ana kanununu kullanarak kremayer tipi kesici takımın imal ettiği asimetrik evolvent düz dişli çarkların matematik olarak ifadesi elde edilmiştir. Matematik ifadeler MATLAB programında modellenmiş ve program çıktısı olan diş noktaları CATIA programının okuyabileceği dosyalar haline getirilmiştir. CATIA programına alınan noktalardan üç boyutlu tasarım tamamlanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Evolvent Düz Dişli Çarklar, Matematik Modelleme, MATLAB, CATIA

Mathematical Modelling of Involute Spur Gears Manufactured by Rack Cutter

Abstract: In this study, mathematical modelling of asymmetric involute spur gears was situated in by Litvin approach. In this context, firstly, mathematical expressions of rack cutter which manufacture asymmetric involute spur gear, then mathematical expression of asymmetric involute spur gear were obtained by using differential geometry, coordinate transformation and gear theory. Mathematical expressions were modelled in MATLAB and output files including points of involute spur gear's teeth were designed automatically thanks to macros.

Keywords: Involute Spur Gears, Mathematical Modelling, MATLAB, CATIA

1. GİRİŞ

Dişli çarklar bir makinanın en önemli parçalarından biridir. Uzay ve havacılık teknolojilerinden yüksek hızlı otomasyon sistemlerine füze sistemlerinden denizaltılara varıncaya kadar birçok alanda dişli çarklara rastlamak mümkündür. Evolvent diş profiline sahip dişli çarklar basit geometrisi, kolay imal edilebilme, eksenler arası mesafe değişmesine rağmen sabit bir çevrim oranı sağlama gibi özelliklerinden dolayı en popüler güç aktarma organlarıdır. Düz

* Uludağ Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Bursa/Türkiye
İletişim Yazarı: Tufan Gürkan YILMAZ (tufanyilmaz@uludag.edu.tr)

dişli çarklar içinde ise en çok kullanılan evolvent dişli çark tipi olup işletme maliyeti açısından çok verimlidir.

Dişli çark imalatçıları ve tasarımcıları daha yüksek yük taşıma kapasiteli dişli çiftlerini geliştirmek için çalışmalarına devam etmektedir. İmalatta kesici takıma verilen pozitif kaydırma veya yüksek kavrama açılı takım kullanılması kök kalınlığını arttırarak diş mukavemetini yükseltmektedir. Sivri tepe tehlikesi nedeniyle simetrik dişli çarklarda kavrama açısını arttırmak veya profil kaydırma miktarını arttırmak sınırlıdır. Performansı arttırmanın bir diğer yöntemi ise dişin aktif ve pasif tarafta farklı açı ile tasarlandığı asimetrik dişli kullanmaktır. Birçok uygulamada moment tek bir yönde iletildiğinden aktif yüzey ile pasif yüzeyin aynı açı ile tasarlanmasına gerek yoktur. Yüklenen yüzeyde 20° , diğer yüzeyde daha yüksek kavrama açısı kullanmak diş kökündeki eğilme gerilmelerini düşürmektedir. Yük almayan yüzeyde 20° , yüklenen yüzeyde kavrama açısını arttırmak ise temas yüzey mukavemetini iyileştirmekte, yaylanma rijitliği ve yük paylaşımını ayarlayarak gürültü ve titreşimi azaltmaktadır.

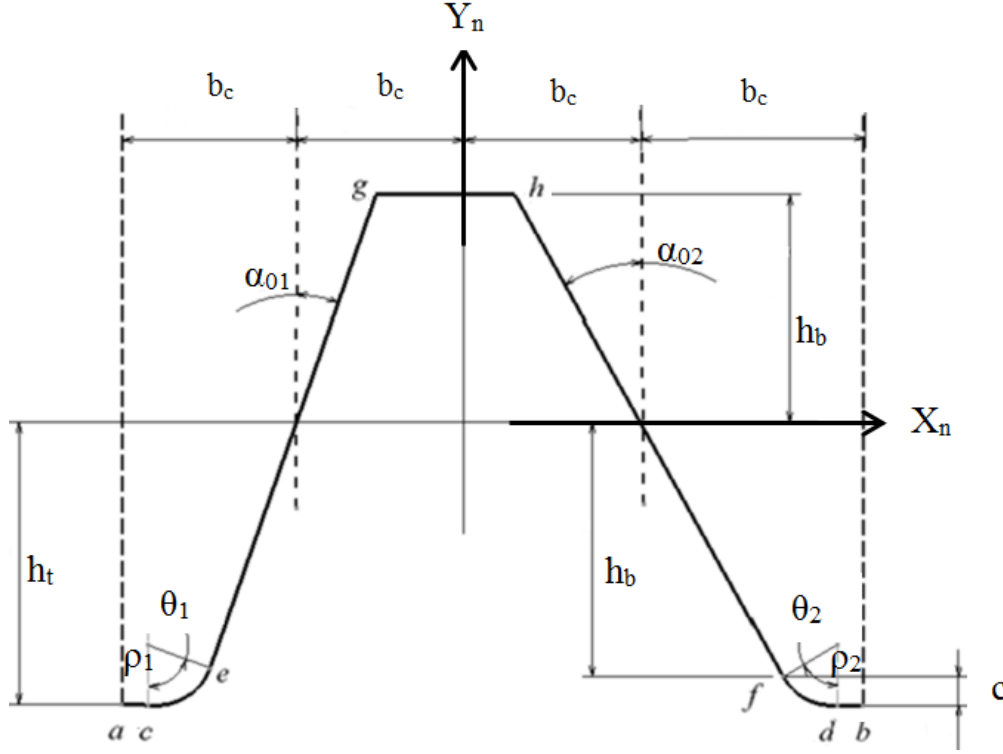
Dişlilerin evolvent ve diş kökü eğrileri için analitik mekanığe dayanan parametrik eşitlikler çeşitli araştırmacılar tarafından on yıllardır ortaya konmaktadır (Colbourne, 1987; Litvin, 1994; Salamoun & Suchy, 1973). Kapelevich (2000) asimetrik düz dişli çarkların geometrisi ve tasarımı üzerine çalışmalar yapmıştır. Asimetrik düz dişli çarkı oluşturan kremayer tipi kesici takım için çeşitli parametreler önermiştir. Tasarımı yapılan asimetrik dişli çarkın çeşitli kavrama açılarında imalatı gerçekleştirilmiştir. Klasik takım tasarımı yerine direk takım tasarımı kullanılmıştır. Yang (2005,2007) asimetrik helisel dişli çarkların kremayer tipi kesici takımla imal edilmesine yönelik Litvin yaklaşımını temel alan bir matematik modelleme tanımlamıştır. Bunun yanı sıra alttan kesme analizi üzerinde durarak alttan kesmenin olmayacağı profil kaydırma miktarını ortaya koymuştur. Ayrıca montaj hatalarının etkilediği diş kontak analizi üzerinde çalışmış çeşitli parametreler için hataların etkilerini gözlemlemiştir. Son olarak helisel ve düz asimetrik dişli çarkların sonlu elemanlar metoduyla analizini gerçekleştirmiştir. Bunun sonucunda aynı yükleme şartlarında helisel dişli çarkların daha az gerilmeye maruz kaldığını gözlemlemiştir. Alipiev (2011) simetrik ve asimetrik düz dişli çarkları oluşturan kremayer tipi kesici takım çeşitlerini geometrik olarak incelemiş Direct Gear Design metoduyla az diş sayılı dişli çarkların imal edilebilirliği üzerine çalışmıştır. Esas olarak kavrama oranının kendi potansiyeline eşit olduğu geometrik tasarımı ortaya koyan yeni bir metot önermiştir. Bu metot az sayıda dişe sahip dişli çarklar için uygundur. Çeşitli simetrik ve asimetrik denemelerde kavrama oranı 1' den büyük olan minimum diş sayısına erişilmiştir. Fetvacı (2012) çalışmasında sivri ve tam yuvarlak uçlu takım kremayer tipi kesici takım için tam baş yüksekliğini sağlayacak şekilde düzenlemiştir. Deng ve ark. (2014) asimetrik dişli çark geometrisi ve modifikasyonu üzerinde çalışmışlar bunun için kremayer tipi kesici takımda çeşitli parametreleri denemişlerdir. Tasarlanan dişli çark sonlu elemanlar metoduyla analiz edilmiştir. Ayrıca iletim hataları ve yük paylaşım oranı incelenerek dinamik analiz yapılmış çeşitli parametrelerden optimum olanları belirtilmiştir.

Bu çalışmada asimetrik evolvent düz dişli çarkların tasarımlarının hassas bir şekilde matematik ifadelerle yapılması amaçlanmış bu amaçla bir MATLAB programı yazıp modelleme gerçekleştirilmiştir. Bu modelin çıktıları CATIA programında okutulmuş ve dişli geometrisi yüksek bir doğrulukla oluşturulmuştur.

2. MATEMATİK MODELLEME VE ÜÇ BOYUTLU TASARIM

2.1. Kremayer tipi kesici takımın matematik modeli

Kremayer tipi kesici takımın modellenmesi dişli çarkın matematik ifadesini oluşturmada ilk adımdır. Şekil 1’ de kremayer tipi kesici takımın bir dişinin gösterimi yer almaktadır. Görselde modelleyeceğimiz takımın parametreleri de yer almaktadır. Bölgelerin vektörel gösteriminde homojen koordinat sistemi esas alınmıştır.



Şekil 1:
Kremayer tipi kesici takımın gösterimi

h_b takım diş başı yüksekliğini tayin eden parametredir ve genellikle $h_b=m$ olarak alınır. α_{01} ve α_{02} kremayer takımın kavrama açıları ve b_c takım diş kalınlığının yarısıdır. c diş dibi boşluğu olarak standartlarda (0,25-0,38).m olarak belirtilmiştir. Asimetrik takım sağ ve sol tarafı farklı açılı olmak üzere 6 bölümden oluşmaktadır. Düz uçlar imal edilecek dişli çarkın tabanını, yuvarlatılmış köşeler dişli çarkın diş kökünü ve açılı kenarlarda dişli çarkın evolvent yüzeyini imal etmektedir. $S_n(X_n, Y_n, Z_n)$ koordinat sistemi diş boşluğunun ortasına konumlandırılmıştır. Şekil 1’ de gösterildiği üzere takımın ac ve bd bölgelerinde bulunan herhangi bir noktanın X koordinatı sabit olup h_t ‘ ye eşittir ve h_t standart takımlarda genellikle (1,25xm)’ e eşit olmaktadır. Y koordinatında ise noktaların vektörel konumu bir parametreye bağlanmalıdır. ac bölgesinde l_a parametresi $0 < l_a < w_1$ ifadesine bağlı değişirken bd bölgesinde benzer şekilde $0 < l_b < w_2$ ifadesine bağlı olarak değişmektedir. Aşağıda w_1 ve w_2 ‘ nin değeri belirtilmiştir.

$$w_1 = b_c - h_t \tan \alpha_{n1} + \rho_1 \tan \alpha_{01} - \rho_1 \sec \alpha_{01} \quad (1)$$

$$w_2 = b_c - h_t \tan \alpha_{02} + \rho_2 \tan \alpha_{02} - \rho_2 \sec \alpha_{02} \quad (2)$$

ac ve bd bölgesinin $S_n(X_n, Y_n, Z_n)$ koordinat sisteminde matris formunda ifadesi ise aşağıda belirtilmiştir.

$$R_n^{ac} = \begin{bmatrix} -\frac{\pi m}{2} + l_a + c_y \pi m \\ -h_t \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$R_n^{bd} = \begin{bmatrix} \frac{\pi m}{2} - l_b + c_y \pi m \\ -h_t \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$c_y=0, 1, 2, \dots$ tanımlanarak kremayer takım istenilen sayıda diş ile tanımlanabilir.

$$b_c = \frac{\pi m}{4} \quad (5)$$

Şekil 1' de gösterildiği üzere takımın ce ve df bölgelerinde bulunan herhangi bir noktanın X ve Y koordinatına göre yerini l_c ve l_d parametreleri tayin etmektedir. ce bölgesindeki l_c parametresi $0 < l_c < \theta_1$ aralığında değişim göstermektedir. df bölgesindeki l_d parametresi de benzer şekilde $0 < l_d < \theta_2$ aralığında değişim gösterir.

ce ve df bölgesinin $S_n(X_n, Y_n, Z_n)$ koordinat sisteminde matris formunda ifadesi ise aşağıda belirtilmiştir.

$$R_n^{ce} = \begin{bmatrix} -b_c - h_t \tan \alpha_{01} + \rho_1 \tan \alpha_{01} - \rho_1 \sec \alpha_{01} + \rho_1 \sin(l_c) + c_y \pi m \\ -h_t + \rho_1 - \rho_1 \cos l_c \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$R_n^{df} = \begin{bmatrix} b_c + h_t \tan \alpha_{02} - \rho_2 \tan \alpha_{02} + \rho_2 \sec \alpha_{02} - \rho_2 \sin(l_d) + c_y \pi m \\ -h_t + \rho_2 - \rho_2 \cos l_d \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

**Bu bölgede takım uç radyüsü aşağıdaki çeşitli değerleri alabilir.

$$\text{Tam yuvarlak uç} \rightarrow \rho = \frac{(\tan \alpha_{01} + \tan \alpha_{02})x \left(\frac{d_0}{2} - \frac{d_t}{2} \right) - (2b_c)}{(\tan \alpha_{01} + \tan \alpha_{02}) - \left(\frac{1}{\cos \alpha_{01}} + \frac{1}{\cos \alpha_{02}} \right)} \quad (\text{Kapelevich, 2000})$$

$$\text{Yuvarlak uç} \rightarrow \rho_{1,2} = \frac{(bc - (h_f x \tan \alpha_{01,02}))x \cos \alpha_{01,02}}{1 - \sin \alpha_{01,02}} \quad (\text{Deng, 2014})$$

Tam yuvarlak uçlu takımda sağ ve sol kenar içi tek bir radyüs değeri vardır. Yuvarlak uçlu takımda ise bu radyüs değerleri farklı olmaktadır. Dolayısıyla bu durumda eğrilik merkezleri farklıdır. Yuvarlak uç ifadesi, (1) ve (2) numaralı denklemlerin sıfıra eşitlenmesi ile bulunmaktadır.

Şekil 1' de gösterildiği üzere takımın eg ve fh bölgelerindeki noktaların X ve Y koordinatına göre yerini l_e ve l_f parametreleri tayin etmektedir. eg bölgesindeki l_e parametresi $\frac{-h_b}{\cos\alpha_{01}} \leq l_e \leq \frac{h_b}{\cos\alpha_{01}}$ aralığında değişim göstermektedir. fh bölgesindeki l_f parametresi $\frac{-h_b}{\cos\alpha_{02}} \leq l_f \leq \frac{h_b}{\cos\alpha_{02}}$ aralığında değişim göstermektedir.

eg ve fh bölgesinin $S_n(X_n, Y_n, Z_n)$ koordinat sisteminde matris formunda ifadesi ise aşağıda belirtilmiştir.

$$R_n^{eg} = \begin{bmatrix} -b_c + l_e \sin\alpha_{01} + c_y \pi m \\ l_e \cos\alpha_{01} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$R_n^{fh} = \begin{bmatrix} b_c - l_f \sin\alpha_{02} + c_y \pi m \\ l_f \cos\alpha_{02} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Diferansiyel geometriden $S_n(X_n, Y_n, Z)$ tanımlı takım yüzeylerinin birim normal vektörleri aşağıdaki denklemle ifade edilir. Z_n ekseninin birim normal vektörü k_n olarak gösterilmiştir. $i=ac-fh$, $j=a-f$ olarak ifade edilmiştir.

$$n_n^i = \frac{\frac{\partial R_n^i}{\partial l_j} x k_n}{\left| \frac{\partial R_n^i}{\partial l_j} x k_n \right|} \quad (10)$$

ac ve bd bölgesi için birim normal vektör;

$$n_n^{ac} = \begin{bmatrix} n_{nx}^{ac} \\ n_{ny}^{ac} \\ n_{nz}^{ac} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$n_n^{bd} = \begin{bmatrix} n_{nx}^{bd} \\ n_{ny}^{bd} \\ n_{nz}^{bd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

ce ve df bölgesi için birim normal vektör;

$$n_n^{ce} = \begin{bmatrix} n_{nx}^{ce} \\ n_{ny}^{ce} \\ n_{nz}^{ce} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(l_c) \\ -\cos(l_c) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$n_n^{df} = \begin{bmatrix} n_{nx}^{df} \\ n_{ny}^{df} \\ n_{nz}^{df} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(l_d) \\ \cos(l_d) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

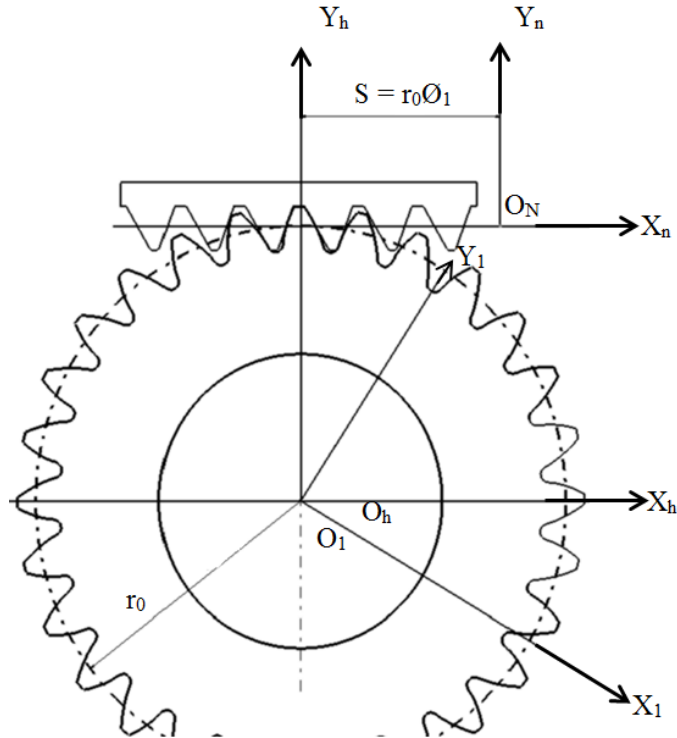
eg ve fh bölgesi için birim normal vektör,

$$n_n^{eg} = \begin{bmatrix} n_{nx}^{eg} \\ n_{ny}^{eg} \\ n_{nz}^{eg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos(\alpha_{01}) \\ -\sin(\alpha_{01}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$n_n^{fh} = \begin{bmatrix} n_{nx}^{eg} \\ n_{ny}^{eg} \\ n_{nz}^{eg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos(\alpha_{02}) \\ \sin(\alpha_{02}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

2.2. Düz Dişli Çarkın Matematik Modeli

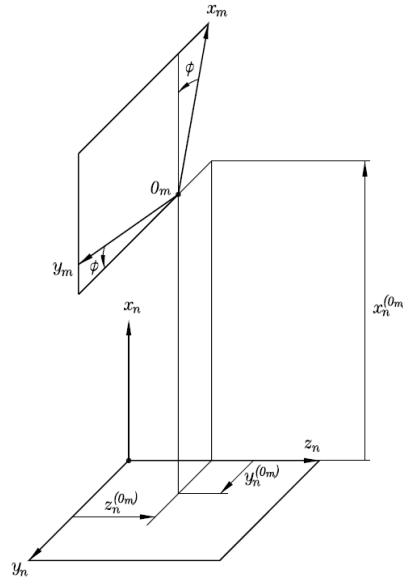
İmal edilen dişli çarkın matematik modeli ise eş çalışma denklemi ile kesici takımın geometrik yerinin bir kombinasyonudur. Kesici takım ile dişli taslağı arasındaki koordinat bağı Şekil 2' de gösterilmiştir.



Şekil 2:
Kesici takım ile dişli taslağı arasındaki koordinat bağı

$S_n(X_n, Y_n, Z_n)$ kremayer tipi kesici takımın koordinat sistemini, $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$ imal edilen dişlinin koordinat sistemini, $S_h(X_h, Y_h, Z_h)$ sabit olan koordinat sistemini ifade etmektedir. İmalat esnasında taslak ϕ_1 kadar döndüğünde izafi olarak kremayer tipi kesici takımında $r_0 \phi_1$ kadar ilerler. Bu durum kremayer-pinyon mekanizmasının çalışmasına benzer. İmalatın her anında kremayer tipi kesici takımın bir noktası taslak ile temas halindedir. Buradan hareketle dişli çarkı oluşturan noktalar esasen temas ettikleri yerde kremayer tipi kesici takımın noktalarıdır sonucuna ulaşılır. Burada yapacağımız aynı noktayı dişli çarkın koordinat sisteminde ifade etmektir.

Dişli çark yüzeyinin geometrik yeri imal edilen dişlinin koordinat sisteminde denklem (17)'de verilen dönüşüm matrisi uygulanarak ifade edilir. Dönüşüm matrisi ifadesinin açıklaması Şekil 3'te verilmiştir. Denklem 17' de dönüşüm matrisinin türetilmesi gösterilmektedir.



Şekil 3:

Dönüşüm matrisinin türetilmesi (Litvin, 2004)

$$\begin{aligned}
 M_{nm} &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} (i_n \cdot i_m) & (i_n \cdot j_m) & (i_n \cdot k_m) & (O_n O_m) \cdot i_n \\ (j_n \cdot i_m) & (j_n \cdot j_m) & (j_n \cdot k_m) & (O_n O_m) \cdot j_n \\ (k_n \cdot i_m) & (k_n \cdot j_m) & (k_n \cdot k_m) & (O_n O_m) \cdot k_n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} (\cos(\widehat{x_n \cdot x_m})) & (\cos(\widehat{x_n \cdot y_m})) & (\cos(\widehat{x_n \cdot k_m})) & x_n^{(0m)} \\ (\cos(\widehat{y_n \cdot x_m})) & (\cos(\widehat{y_n \cdot y_m})) & (\cos(\widehat{y_n \cdot k_m})) & y_n^{(0m)} \\ (\cos(\widehat{k_n \cdot x_m})) & (\cos(\widehat{k_n \cdot y_m})) & (\cos(\widehat{k_n \cdot k_m})) & z_n^{(0m)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{17}$$

$$M_{1n} = \begin{bmatrix} \cos(\emptyset_1) & \sin(\emptyset_1) & 0 & -r_0\emptyset_1 \cos(\emptyset_1) + (r_0 + e)\sin(\emptyset_1) \\ -\sin(\emptyset_1) & \cos(\emptyset_1) & 0 & r_0\emptyset_1 \sin(\emptyset_1) + (r_0 + e)\cos(\emptyset_1) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Denklem 19'dan hareketle dişli çarkı oluşturan noktaları bulabiliriz.

$$R_1^i = M_{1n}^i R_n^i \quad i = ac - fh \quad (19)$$

Dişli Ana Kanunu'na göre kremayer tipi kesici takım ile dişli çarkın ortak noktalarının ortak normali ani dönme merkezinden geçmelidir. Ayrıca dişli çark ile kremayer arasındaki kayma hızı (V_{kayma}) her an bu ortak noktanın ortak normaline (n_n) diktir. Bu kanunun matematik ifadesi aşağıdaki formüllerle belirlenir. Her bir bölgenin yuvarlanma parametresini ($\emptyset_1$) bulmak için aşağıdaki denklemlerin çözümü gerekmektedir.

$$n_n^i \cdot V_{kayma} = 0 \quad (20)$$

$$(n_{n_x}^i \cdot r_0\emptyset_1 - y_1) + (n_{n_y}^i \cdot x_1) = 0 \quad (21)$$

Burada gerekli işlemler yapılırsa aşağıdaki genel form elde edilir.

$$\frac{X_n^i - x_n^i}{n_{n_x}^i} = \frac{Y_n^i - y_n^i}{n_{n_y}^i} \quad i = ac - fh \quad (22)$$

X_n^i, Y_n^i S_n koordinat sisteminde takım-dişli ani dönme merkezi I-I üzerindeki bir noktanın koordinatlarını x_n^i, y_n^i kremayer tipi kesici takımın yüzey koordinatlarını $n_{n_x}^i, n_{n_y}^i$ yüzey birim normali n_n^i nin bileşenlerini ifade eder. r_0 ise imal edilen dişlinin taksimat yarıçapını ve e parametresi ise profil kaydırma miktarını ifade eder. Tüm bölgeler için $X_n^i = r_0\emptyset_1$ $Y_n^i = 0$ olarak kabul edilmiştir.

ac bölgesi için eş çalışma denklemi aşağıdaki denklemlerle tayin edilir.

$$\frac{X_n^{ac} - x_n^{ac}}{n_{n_x}^{ac}} = \frac{Y_n^{ac} - y_n^{ac}}{n_{n_y}^{ac}} \quad (23)$$

$$\emptyset_1 = \frac{y_n^{ac}}{r_0} = \frac{\frac{\pi m}{2} - l_a + c_y \pi m}{r_0} \quad (24)$$

bd bölgesi için eş çalışma denklemi aşağıdaki denklemlerle tayin edilir.

$$\frac{X_n^{bd} - x_n^{bd}}{n_{n_x}^{bd}} = \frac{Y_n^{bd} - y_n^{bd}}{n_{n_y}^{bd}} \quad (25)$$

$$\emptyset_1 = \frac{y_n^{bd}}{r_0} = \frac{-\frac{\pi m}{2} + l_b + c_y \pi m}{r_0} \quad (26)$$

ce bölgesi için eş çalışma denklemi aşağıdaki denklemlerle tayin edilir.

$$\frac{X_n^{ce} - x_n^{ce}}{n_{n_x}^{ce}} = \frac{Y_n^{ce} - y_n^{ce}}{n_{n_y}^{ce}} \quad (27)$$

$$\phi_1 = \frac{y_n^{ce} - x_n^{ce} (\tan(l_c))}{r_0} \quad (28)$$

df bölgesi için eş çalışma denklemi aşağıdaki denklemlerle tayin edilir.

$$\frac{X_n^{df} - x_n^{df}}{n_{n_x}^{df}} = \frac{Y_n^{df} - y_n^{df}}{n_{n_y}^{df}} \quad (29)$$

$$\phi_1 = \frac{y_n^{df} + x_n^{df} (\tan(l_d))}{r_0} \quad (30)$$

eg bölgesi için eş çalışma denklemi aşağıdaki denklemlerle tayin edilir.

$$\frac{X_n^{eg} - x_n^{eg}}{n_{n_x}^{eg}} = \frac{Y_n^{eg} - y_n^{eg}}{n_{n_y}^{eg}} \quad (31)$$

$$\phi_1 = \frac{y_n^{eg} (\tan \alpha_{01}) - x_n^{eg}}{r_0 (\tan \alpha_{01})} \quad (32)$$

fh bölgesi için eş çalışma denklemi aşağıdaki denklemlerle tayin edilir.

$$\frac{X_n^{fh} - x_n^{fh}}{n_{n_x}^{fh}} = \frac{Y_n^{fh} - y_n^{fh}}{n_{n_y}^{fh}} \quad (33)$$

$$\phi_1 = \frac{y_n^{fh} (\tan \alpha_{02}) + x_n^{fh}}{r_0 (\tan \alpha_{02})} \quad (34)$$

İmal edilen dişlinin matematik modeli 18 ve 21 denklemlerinin eş zamanlı çözümü ile elde edilir. İlerleyen denklemlerde her bölgenin denklemleri verilmiştir.

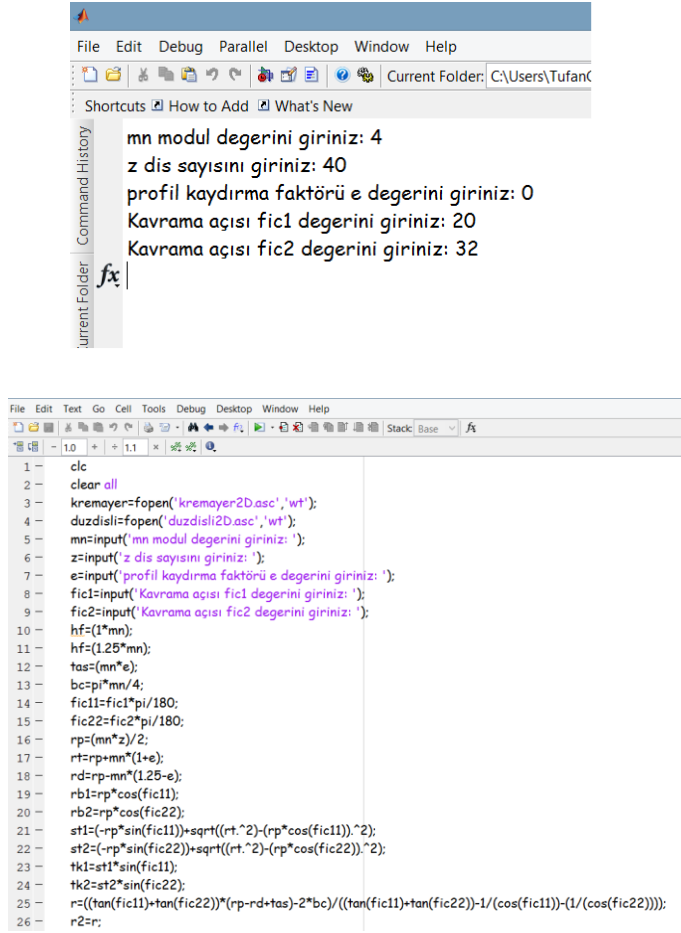
$$R_1^{eg} = M_{1n} R_n^{eg} \quad (35)$$

$$x_1^{eg} = l_e \cos \alpha_{01} \cos \phi_1 - (b_c - l_e \sin \alpha_{01} + c_y \pi m) \sin \phi_1 + r_0 \cos \phi_1 + r_0 \phi_1 \sin \phi_1 \quad (36)$$

$$y_1^{eg} = l_e \cos \alpha_{01} \sin \phi_1 + (b_c - l_e \sin \alpha_{01} + c_y \pi m) \cos \phi_1 + r_0 \sin \phi_1 - r_0 \phi_1 \cos \phi_1 \quad (37)$$

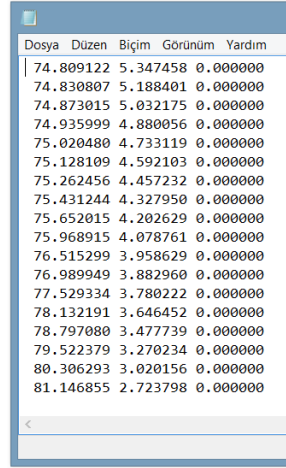
2.3. MATLAB Programında Modelleme ve CATIA Programında Tasarım

Önceki bölümlerde verilen matematik modeller uygun bir programlama yaklaşımı ile bilgisayar ortamına aktarılmıştır. Bu çalışmada hesaplayıcı program olarak MATLAB kullanılmıştır. Programın giriş değerleri modül, diş sayısı ve kavrama açılarıdır. Hesaplamalar sonucunda diş profilini tayin eden noktaların koordinatları çıkış dosyalarında listelenir. Çıkış dosyaları CATIA programında okunarak noktalar görselleştirilir. Bu noktalar CATIA programındaki makrolar sayesinde otomatik olarak üç boyutlu olarak tasarlanır. Programın örnek bir görüntüsü Şekil 4’ te verilmiştir.



Şekil 4:
MATLAB Programı Örnek Ekran Görüntüsü

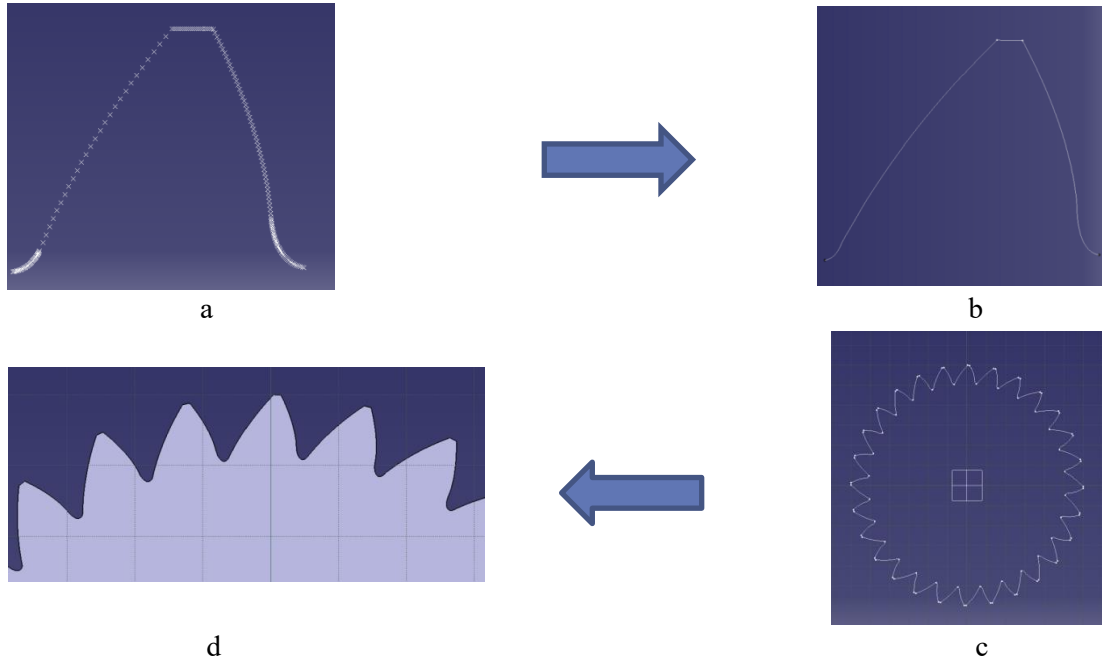
Program çalıştırıldığında .asc formatında notepad tabanlı asimetrik dişli çarkın bir dişinin noktalarını veren dosya çıktı olarak elde edilir. Şekil 5’ da çıktı dosyası görülmektedir.



Dosya	Düzen	Biçim	Görünüm	Yardım
74.809122	5.347458	0.000000		
74.830807	5.188401	0.000000		
74.873015	5.032175	0.000000		
74.935999	4.880056	0.000000		
75.020480	4.733119	0.000000		
75.128109	4.592103	0.000000		
75.262456	4.457232	0.000000		
75.431244	4.327950	0.000000		
75.652015	4.202629	0.000000		
75.968915	4.078761	0.000000		
76.515299	3.958629	0.000000		
76.989949	3.882960	0.000000		
77.529334	3.780222	0.000000		
78.132191	3.646452	0.000000		
78.797080	3.477739	0.000000		
79.522379	3.270234	0.000000		
80.306293	3.020156	0.000000		
81.146855	2.723798	0.000000		

Şekil 5:
Çıkış dosyası

Elde edilen çıkış dosyası CATIA programına gönderilir. CATIA programı .asc uzantılı dosyaları nokta bulutu şeklinde okumaktadır. CATIA programında uygun dönüşümlerle nokta bulutu noktalara çevrilmiştir. Bundan sonra CATIA programı içerisindeki makrolar vasıtasıyla asimetrik evolvent düz dişli çark üç boyutlu olarak tasarlanmaktadır. Şekil 7’ de tasarım süreçleri gösterilmiştir.



Şekil 6:
Tasarım süreci (a: Noktaların eldesi, b: Bir dişin oluşturulması, c: Bir dişin 360° çoğaltılması, d: Üç boyutlu tasarım)

3. SONUÇLAR

Bu çalışmada simetrik ve asimetrik düz dişli çarkların matematik modelinin kremayer tipi kesici takımdan elde edilmesi üzerinde durulmuştur. Bunun için gerekli matematik denklemler oluşturulup taslak-kremayer arasındaki ilişki ve diferansiyel geometri de kullanılarak dişli çarkın matematik denklemleri ortaya konmuştur. MATLAB programında yazılan denklemlerin çıktıları dişli çarkın koordinatlarıdır. Bu koordinatlar uygun formatta CATIA programında okutulmuş ve üç boyutlu tasarım tamamlanmıştır. Dişli çarkın üç boyutlu tasarımında esneklik sağlayan bu çalışma ile çeşitli parametrelerin dişli çark üzerindeki etkileri imalattan önce incelenebilir.

KAYNAKLAR

1. Alipiev, O. 2011. Geometric design of involute spur gear drives with symmetric and asymmetric teeth using the Realized Potential Method. *Mechanism and Machine Theory*, 46-1. 10-32. doi:10.1016/j.mechmachtheory.2010.09.001
2. Colbourne, J.R. 1987. *The Geometry of Involute Gears*, Springer-Verlag, New Jersey, USA, 526 pp.
3. Deng, X., Hua, L., Han, X., 2014. Research on the Design and the Modification of Asymmetric Spur Gear. *Hindawi Publishing Corporation Mathematical Problems in Engineering*. 2015. 1-13. doi: 10.1155/2015/897257
4. Fetvacı C. 2012. Tam Dişbaşı Yükseklikli Kremayer Takımla Evolvent Düz Dişli İmalatının Bilgisayar Simülasyonu. *Mühendis ve Makina*, 53-635. 34-39. issn: 1300-3402
5. Kapelevich A. 2000. Geometry and design of involute spur gears with asymmetric teeth. *Mechanism and Machine Theory*, 35-1. 117-130. doi:10.1016/S0094-114X(99)00002-6
6. Litvin, F.L., Fuentes, A. 2004. *Gear Geometry and Applied Theory* Second Edition, Cambridge University Press, New York, USA, 800 pp.
7. Salamoun, C., Suchy, M. 1973. Computation of Helical or Spur Gear Fillets. *Mechanism and Machine Theory*, 8-3. 305-322. doi:10.1016/0094-114X(73)90068-2
8. Yang, S.-C. 2005. Yang, Mathematical Model of a Helical Gear with Asymmetric Involute Teeth and its Analysis. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 26-5-6. 448-456. doi: 10.1007/s00170-003-2033-z
9. Yang, S.-C. 2007. Study on an Internal Gear with Asymmetric Involute Teeth. *Mechanism and Machine Theory*, 42-8. 977-994. doi:10.1016/j.mechmachtheory.2006.07.010