

**Makale
(Article)**

Kütlenin Taşıt Titreşimine Etkisinin Modal Analizi Kullanılarak Belirlenmesi

Abdurrahman KARABULUT

Afyon Kocatepe Üniversitesi, Teknik Eğitim Fakültesi, ANS Kampüsü /Afyonkarahisar
kbulut@aku.edu.tr

Özet

Aracın, dört serbestlik derecede hareketi incelenmiştir. Modal analiz metodu uygulanmış, hesaplamalar için MATLAB da bir program yazılmıştır. Araçtaki kütlenin artışı, titreşim genliğinin azalmasına sebep olmuştur. Sönüm sabitinin artması, sönüm oranını artıracığından dolayı kritik sönümlemeye yaklaşılmıştır. Aracın iletim oranı sönüm oranının artışıyla ters orantılıdır. Sönüm oranı azaldıkça frekanslar oranının ($r = 1$) değeri de maksimuma ulaşmaktadır. Frekanslar oranının ($r=1,4$) ten büyük değerleri için iletimin 1'in altında olduğu görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Süspansiyon sistemi, modal analiz, sönümleme

Determination By Using Modal Analysis To Measure The Effect Of Mass On The Vibration Of A Vehicle

Abstract

Movement of a vehicle was investigated at four degree of freedom. Modal analysis method was applied, and a program was written for calculations at MATLAB. Increase of the mass in the vehicle caused a decrease in the vibration amplitude. Since an increase of damping constant will increase damping ratio, it is almost reached to the critical damping. Conductivity ratio of the vehicle is inversely related with the increase of damping ratio. While damping ratio decreases, the value of frequencies ratio reaches maximum ($r=1$). For the frequencies ratios greater than 1,4, the conductivity was observed below 1.

Keywords: Suspension System, Modal Analysis, damping

1. GİRİŞ

Seyir halindeki taşıtlar yol pürüzlülüğünden gelen uyarılarla titreşime maruz kalırlar. Seyir halinde belli bir hıza ulaştığı zaman tekerleğin dengesizliği durumunda da titreşim meydana gelir. Yüksek frekanslarda önemli boyutlara ulaşır. Bugüne kadar yapılan çalışmalarda yoldan kaynaklanan titreşimler 0–25 Hz arasında incelemenin yeterli olduğunu ortaya konmuştur. Titreşimler sürücüye taşıt gövdesinden ulaşır ve sürücüyü rahatsız eder. Süspansiyon sistemi, titreşimlerin sebep olduğu gövdedeki gerilmeleri, ivmeleri, tekerlek yükü salınımlarını ve sürücü rahatsızlığını minimize etmektir[1]. Taşıt titreşimlerinin yol pürüzlülüğünden meydana gelen titreşimleri azaltacak taşıt süspansiyon sistemlerinin iyileştirilmesi

Bu makaleye atıf yapmak için

Karabulut A., Kütlenin Taşıt Titreşimine Etkisinin Modal Analizi Kullanılarak Belirlenmesi” Makine Teknolojileri Elektronik Dergisi 2009, 6(1) 17-23

How to cite this article

Karabulut A., , “Determination By Using Modal Analysis To Measure The Effect Of Mass On The Vibration Of A Vehicle” Electronic Journal of Machine Technologies, 2009, 6 (1) 17-23

yapılmıştır[2]. Fisher ve Isermann, aktif ve pasif süspansiyon kontrolü üzerine çalışmalar yapmış dinamik sönümleyicileri kullanarak taşıt titreşimlerinin azaltılması için çeşitli araştırmalar yapmışlardır[3], Führer, taşıt dinamiği uygulamalarında sistemdeki benzer fiziksel elemanlar nedeniyle çoklu özdeğerlerle karşılaştığını ifade etmiş ve sıfıra eşit çoklu özdeğerlerin matrisleri tekilliğe yaklaştırdığını tespit etmiştir[4]. Birçok araştırmacı taşıtı, rijit gövde, aks, süspansiyon elemanları ve lastiklerden oluşan dinamik bir model olarak ele almıştır[5], bu güne kadar yapılan çalışmaların çoğunda taşıt simetrisi olduğundan dörtte bir olarak modellenmiştir[5,6]. Bu modelleme yaklaşımının (çeyrek taşıt modeli) çok basit olması taşıt titreşimi hakkında yeterli bilgi vermesi için önemli bir yere sahiptir.

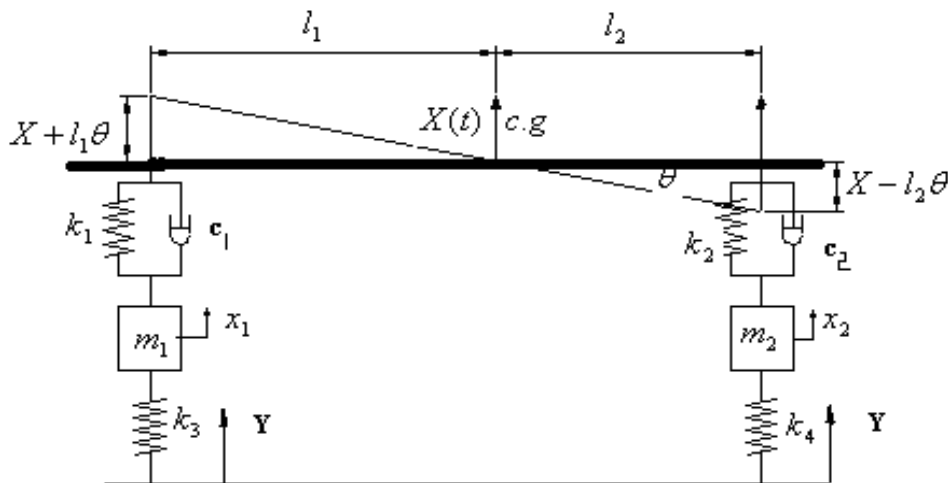
Süspansiyon sisteminin ana görevi, taşıt gövdesini yoldan gelen etkilere karşı izole etmektedir. Elbeheiry ve diğerleri, çeyrek model olarak bilinen yaklaşımla rasgele titreşimler karşısında taşıt titreşimlerini minimize edecek, optimum süspansiyon deplasmanını bulmuşlardır[7]. Tabi Frekans ve kütle matrisi ölçülen mode şekillerinin bir fonksiyonu olduğu ve kütle matrisi, özdeğer eşitliklerin yerine getirilmesinde matematiksel kavramları incelemiştir[9].

Bazı taşıtlarda klasik rijit gövde anlayışı çoğu dinamik problemlerin çözümü için yetersiz kalmaktadır. Bu gibi yapılarda karkas yapı kiriş elemanlarından oluştuğu için modellemelerde gövde elastikliği ihmal edilemez boyutlardadır. Elastik gövde modelleme yaklaşımı bu gibi durumlarda kaçınılmazdır. Bu modellemede iki yaklaşım vardır. Birinci yaklaşımda, gövde elastik alt parçalara ayrılarak çözüme gidilir. İkinci yaklaşımda da gövde homojen bir çubuk gibi düşünülerek çözüm yapılır. Demir'in yaptığı bir çalışmada, altı tekerleğinden tahrikli bir taşıtın rezonans frekansları sayısal ve deneysel olarak elde edilmiştir[8].

Bu çalışmada, taşıtın yarısı göz önüne alınmış, ağırlık merkezine göre açısal hareket yapmakta ve düşey yönde de doğrusal hareket yapmaktadır. Dört serbestlik dereceli titreşim hareketi modal analiz kullanılarak kütlenin sönümlemeye etkisi incelenmiştir. Bulunan sonuçlar karşılaştırılmış ve grafikler çizilmiştir.

2. YARIM TAŞIT MODELİ

Taşıtın yarısını gösteren kısmıdır. Ön ve arka süspansiyon ve tekerlekleri gösterir fiziksel modeli Şekil 1 de gösterilmiştir. Taşıt kütlesine hareket süspansiyon sistemi ve lastikler üzerinden iletilmektedir. Taşıt toplam altı yönde hareket yapmaktadır. Düşey yöndeki hareketi ve açısal hareketi incelenecektir.



Şekil 1. Yarım taşıt modeli

Taşıt ön ve arka lastikler ile gövde arasında süspansiyon sistemi bulunmaktadır. Lastikler ve aks arasındaki sönüm sabiti küçük olduğu için dikkate alınmamıştır. Taşıtın toplam kütesinin yarısı alınmış olup “M” ile gösterilmiştir. Taşıtın gövdesindeki esnemeler dikkate alınmamıştır. Taşıt üzerinde dört kütle hareketi olmasından taşıt dört serbestlik derecesine sahiptir.

3. MODAL ANALİZ

Modal analiz metodu titreşim problemlerinin çözümüne uygulanır. Matematiğin gücünü artırır ve matematiği kullanışlı hale getirir. Çok serbestlik dereceli sistemlerde gerekli olan alt yapıyı kurar. Ayrıca, Mode şekillerini ve tabi frekans kavramlarını özdeğer problemlerine bağlantı kurarak boyutsuzlaştırabilir. Sistemdeki kütle yardımıyla hareketin eşitliği bölünür, eşdeğer olan koordinat dönüşümünü sağlamaktadır. Bu eşitlikler ikinci dereceden tek serbestlik dereceli eşitlikler gibi çözülebilir.

Öz vektörler matrisi $[P]$ ve kütle matrisi $[M]$ 'in diagonal matrisi tersi $[M]^{-1/2}$ orijinal koordinat sistemindeki çözüme dönüşümü gerçekleştirir. $[P]$ ve $[M]^{-1/2}$ matrisleri dönüştürücü olarak isimlendirilir. Farklı koordinat sistemleri arasında titreşimin iletimini sağlar. Bu kurala modal analiz denir. Çok serbestlik dereceli bir sistemin zorlanmış cevabı için modal analiz kullanılabilir. Sönümlü zorlanmış bir titreşimin diferansiyel eşitliği,

$$[M]\ddot{x} + [C]\dot{x} + [K]x = F(t) \dots\dots\dots(1)$$

Burada, $F(t) = [F_1(t) \ M(t) \ F_2(t) \ F_3(t)]^T$ tanımlanır. Çözüm $x(t) = [M]^{-1/2}q(t)$ şeklinde olsun. Eşitlik (1) de yerine konursa

$$[I]\ddot{q}(t) + [C]\dot{q}(t) + [\tilde{K}]q(t) = [M]^{-1/2}F(t) \dots\dots\dots(2)$$

Burada, $[\tilde{C}] = [M]^{-1/2}[C][M]^{-1/2}$ eşitliği mevcuttur. $q(t) = [P]r(t)$ eşitliği, eşitlik (2) de yerine konursa,

$$\ddot{r}(t) + \text{diag}[2\xi_i\omega_i]\dot{r}(t) + \Lambda r(t) = [P]^T[M]^{-1/2}F(t) \dots\dots\dots(3)$$

Burada, $[P]^T[M]^{-1/2}F(t)$ vektörünün $f_i(t)$ tane elemanı vardır. Her bir kütleye uygulanan F_i kuvveti vardır. Böylece modal analiz eşitliklerinin ayrıştırılma formu

$$\ddot{r}_i(t) + 2\xi_i\omega_i\dot{r}_i(t) + \omega_i^2r_i(t) = f_i(t) \dots\dots\dots(4)$$

Şeklinde oluşturulur. Çözümü ise,

$$r_i(t) = d_i e^{-\xi_i\omega_i t} \sin(\omega_{di} t + \phi) + 1/\omega_{di} \int_0^t f_i(\tau) e^{-\xi_i\omega_i \tau} \sin \omega_{di}(t - \tau) d\tau \dots\dots\dots(5)$$

Şeklindedir. Burada, d_i ve ϕ_i modal başlangıç şartlarından bulunur.

4. MATEMATİKSEL MODELLERİN OLUŞTURULMASI

Şekil 1 de gösterilen yarım taşıt modeli göz önüne alınır. Taşıt düşey yönde $x(t)$ bağıl öteleme hareketi, ağırlık merkezine göre $\theta(t)$ dönme hareketi ayrıca m_1 ve m_2 kütlelerinin düşey yönde yer değişimi ile toplam dört serbestlik dereceli hareket yapacaktır. Lagrange eşitliği uygulanarak aşağıdaki diferansiyel eşitlikler elde edilir. Aracın kütlesinin düşey yöndeki hareketi,

$$M\ddot{x} + c_1[(\dot{x} + \dot{\theta}l_1) - \dot{x}_1] + c_2[(\dot{x} - \dot{\theta}l_2) - \dot{x}_2] + k_1[(x + \theta l_1) - x_1] + k_2[(x - \theta l_2) - x_2] = 0 \dots\dots\dots(6)$$

ağırlık merkezine göre taşıt gövdesinin dönmesi,

$$I\ddot{\theta} + c_1l_1[(\dot{x} + \dot{\theta}l_1) - \dot{x}_1] - c_2l_2[(\dot{x} - \dot{\theta}l_2) - \dot{x}_2] + k_1l_1[(x + \theta l_1) - x_1] - k_2l_2[(x - \theta l_2) - x_2] = 0 \dots\dots\dots(7)$$

ön lastik ve aksın birlikte yaptığı düşey hareketi

$$m_1\ddot{x}_1 - c_1[(\dot{x} + \dot{\theta}l_1) - \dot{x}_1] - k_1[(x - l_1\theta) - x_1] + k_3(x_1) = 0 \dots\dots\dots(8)$$

arka lastik ve aksın birlikte yaptığı düşey hareketi

$$m_2\ddot{x}_2 - c_2[(\dot{x} - \dot{\theta}l_2) - \dot{x}_2] - k_2[(x - l_2\theta) - x_2] + k_4(x_2) = 0 \dots\dots\dots(9)$$

Dört hareket olmasından x vektörünün $x(t) = [x(t) \ \theta(t) \ x_1(t) \ x_2(t)]^T$

olarak yazılır. Diferansiyel eşitliklerin katsayılarından ivme hız ve yer değiştirmenin katsayıları için aşağıdaki matris oluşturulur.

$$\begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix} \ddot{x} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & c_1l_1 - c_2l_2 & -c_1 & -c_2 \\ c_1l_1 - c_2l_2 & c_1l_1^2 + c_2l_2^2 & 0 & 0 \\ -c_1 & -c_1l_1 & c_1 & 0 \\ -c_2 & c_2l_2 & 0 & c_2 \end{bmatrix} \dot{x} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & k_1l_1 - k_2l_2 & -k_1 & -k_2 \\ k_1l_1 - k_2l_2 & k_1l_1^2 + k_2l_2^2 & -c_1l_1 - k_1l_1 & k_2l_2 + c_2l_2 \\ -k_1 & k_1l_1 & k_1 + k_3 & 0 \\ -k_2 & k_2l_2 & 0 & k_2 + k_4 \end{bmatrix} x = 0 \dots\dots\dots(10)$$

Taşıtın matrisi oluşturulduktan sonra modal analiz metodu kullanılarak MATLAB da bir program yazılmıştır. Yer değiştirme ve ivme değerleri için grafikler çizilmiştir.

4.1 Analitik Çözümler

Aracın kütlesinin zamana bağlı hareketini $x(t)$ eşitliği verecektir. Yine ağırlık merkezine göre dönme hareketini $\theta(t)$ eşitliğiyle elde etmek mümkündür. Modal analiz kullanılarak birbirine bağlı farklı kütle hareketlerinin çok dereceli sistemlerin, yer değiştirme hız ve ivme eşitlikleri bulundu ve gerekli eğriler çizildi. Analitik çözümlere ulaşıldı. Sağlıklı sonuçlar elde edildi diğer çözüm metotları kullanılarak bu sonuçları elde etmek oldukça zordur. (6) ve (7) eşitliklerinin analitik çözümü,

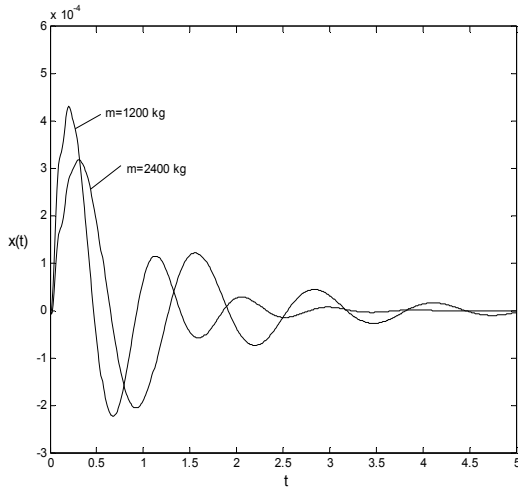
$$x(t) = 6,4 \cdot 10^{-4} e^{-1,1333t} \sin(6,8435t) - 8 \cdot 10^{-5} e^{-2,0284t} \sin(8,3921t) - 6,7 \cdot 10^{-5} e^{-7,7629t} \sin(56,07t) - 6,5 \cdot 10^{-6} e^{-7,8221t} \sin(56,18t) \quad (11)$$

$$\theta(t) = 1,4 \cdot 10^{-4} e^{-1,1333t} \sin(6,8435t) - 1,2 \cdot 10^{-4} e^{-2,0284t} \sin(8,3921t) - 6 \cdot 10^{-6} e^{-7,7629t} \sin(56,07t) - 5,5 \cdot 10^{-6} e^{-7,8221t} \sin(56,18t) \quad (12)$$

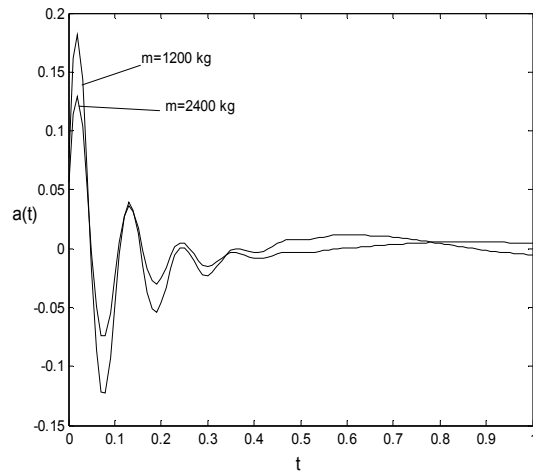
şeklindedir.

4.2 Hareket Eğrileri

Yol yüzeyden ön ve arka lastiklere gelen uyarılardan taşıt titreşime zorlanmaktadır. Bu çalışmada ön lastiğe 50 N şiddetinde bir kuvvet uygulayarak sönüm sisteminin tepkisi incelenmiştir. Araç gövdesinin düşey hareketi, ağırlık merkezine göre dönme hareketi, lastik ile birlikte ön aks ve arka aks düşey hareketi oluşturduğu toplam dört serbestlik dereceli hareketi incelenmiştir. Dört diferansiyel eşitlik oluşturuldu matris modunda yazıldı, modal analiz uygulanarak MATLAB da bir program yazıldı ve eşitliklerin çözümü yapılarak aşağıdaki grafikler çizildi.



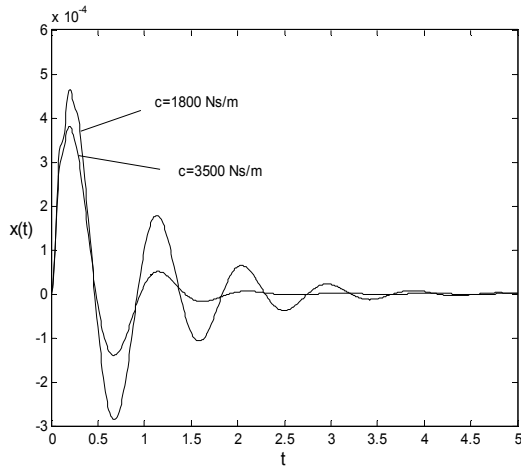
Şekil 2. Farklı kütleler için yer değişiminin zamana göre değişimi



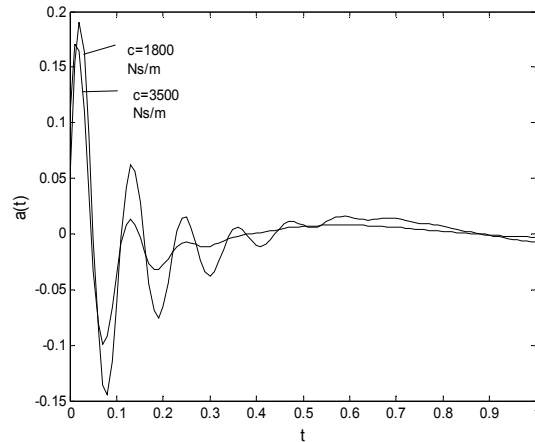
Şekil 3. Farklı kütleler için ivmenin zamana göre değişimi

Sönüm sabitini 1800 Ns/m kabul edilmiştir. Kütlenin miktarı artması durumunda genli değeri düşmüştür. Aracın sönümlü tabi frekansı kütle miktarıyla orantılı olarak azalmaktadır. Şekil 2 de görüldüğü gibi, aracın salınım süresi uzamıştır. Bunlara bağlı olarak taşıt titreşim etkisi azalmıştır. Kütlenin artışı sonucu

sönüm oranı ζ , küçülmektedir. Titreşim konusunda ivme etkileyici bir büyüklüktür. Şekil 3 de kütle miktarının artmasıyla ivme değerinin düştüğü görülmektedir. Bu da taşıt konforunu artırmaktadır.

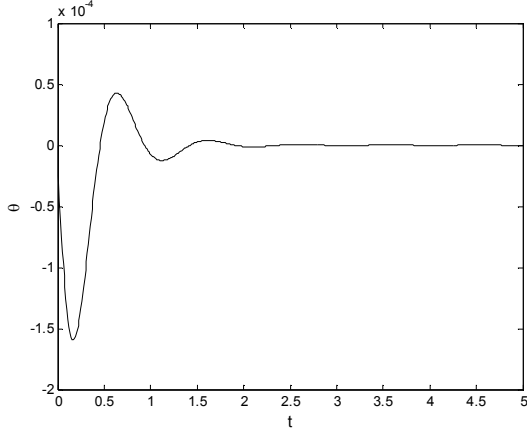


Şekil 4. Farklı sönüm sabitleri için yer değişim

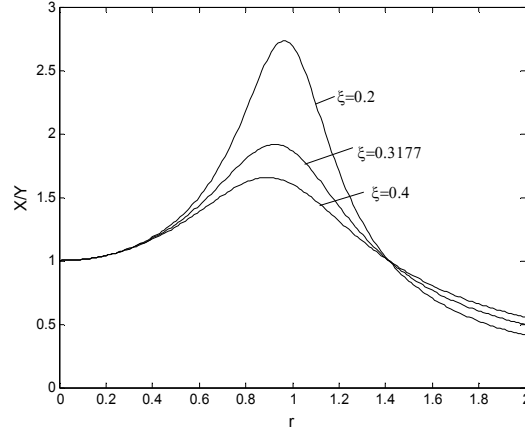


Şekil 5. Farklı sönüm sabitleri için ivme

Kütle miktarı 1200 kg kabul edilmiştir. Sönüm sabiti c değerinin artışı, yer değişimi ve hareketin durma süresini etkilemektedir Şekil 4 de görüldüğü gibi, sönüm sabiti arttıkça genliğin azaldığı görülmektedir. Ancak sönüm oranı ζ değeri de artış göstereceğinden kritik sönümlemeye yaklaşıldıkça aracın titreşim hareketi yapmadan dengeye geleceğinden lastiğe gelen uyarı kuvvetlerinin tamamına yakınına sürücüyeye iletecektir. Bu istenmeyen bir durum olmasından, sönüm oranını belli değerde tutmaya çalışan sönüm sabitini bulmak gereklidir. Şekil 5 de sönüm sabitinin artması ivme hareketinin kesilme süresini azaltmıştır.



Şekil 6. Ağırlık merkezine göre aracın dönmesi



Şekil 7. İletkenlik oranı

Araçlastiğin birisine uygulanan kuvvetten dolayı ağırlık merkezine göre θ açısı kadar döner. Süspansiyon sistemi paralel bağlı sistem gibi çalıştığı için, yaklaşık bir buçuk periyot sonra taşıt dengeye gelmektedir (Şekil 6).

İletim boyutsuzdur ve frekans oranlarının bir fonksiyonudur. Yol pürüzlülüğünden kaynaklanan etkiler lastiği y kadar düşey yönde yer değiştirir buna karşı aracın kütlesi x kadar yer değiştirir, hareket iletimi X/Y nin frekanslar oranına göre üç farklı sönüm oranı için iletimin değişimi Şekil 7 da görülmektedir. $r=1$ için iletim maksimuma ulaşmaktadır. ζ değeri azaldıkça iletim değeri artmaktadır. $r>1,4$ de sönüm oranının bütün değerleri için aracın genliği lastiğin alt tabanının genliğinden küçüktür.

5. SONUÇ

Dört serbestlik dereceli aracın hareketi incelenmiştir. Langrange eşitlikleri kullanılarak dört diferansiyel denklem elde edilmiş matris modun da yazılmıştır. Modal analiz metodu uygulanmıştır. Gerekli sayısal değerler elde edilerek grafikleri çizilmiştir. Araçtaki kütlenin artışı titreşim genliğini azalttığı görülmüştür. Aynı zamanda sönümlü frekansın azaldığı görülmüştür. Kütlenin artışı ivme değerinde de azalamaya sebep olduğu görülmüştür. Sönüm sabitinin artması, sönüm oranını artıracağından dolayı kritik sönümlemeye yaklaşılmıştır. sönüm sabiti belirtilen büyük değerler alınması uygun olmadığı görülmüştür. Aracın titreşim iletimi oranı sönüm oranının artışıyla ters orantılıdır. Sönüm oranı azaldıkça frekanslar oranının ($r = 1$) değerinde maksimuma ulaşmaktadır. Frekanslar oranının ($r = 1,4$) ten büyük değerleri için iletim 1' in altında olduğu görülmüştür.

SEMBOLLER

x =yer değiştirme, m
 Y = yer yüzeyinin genliği, m
 c =sönüm sabiti, kg/s
 k = yay katsayısı, N/m
 m = kütle, kg
 θ = açısal dönme, rad.
 $[M]$ =kütle matrisi
 $[C]$ =sönüm sabiti matrisi
 $[K]$ =yay katsayısı matrisi
 $[P]$ =modal matris
 $M^{-1/2}$ =kütle matrisinin karekökünün tersi
 I = birim matris
 I =atalet momenti, m^4
 $q(t), r(t)$ =dönüşüm parametreleri
 ω = tabi frekans, rad/s
 ξ =sönüm oranı
 τ =periyot, s
 Φ =faz açısı, rad.

6. KAYNAKLAR

1. M. Şengirgin, İ.Yüksel, E. Erzan, G. Şefkat ve M.N. Şiren, “ Pasif ve yarı aktif süspansiyon sistemlerinin titreşim yalıtımı performasyonunun incelenmesi”, 9. Uluslar Arası Makine Tasarımı ve İmalat Kongresi. 13-15 Eylül 2000. ODTÜ, Ankara.
2. A. Güney, “Tekerlek askı sistemlerinin taşıt titreşimine etkisi” Doktora Tezi, İTÜ Fen Bil. Enst. 1986
3. D.Fisher, R. Isermann, Mechatronic semi active and active vehicle suspensions, Control Engineering Practice, 2003, (1353 – 1367)
4. C. Fuhrer, “ Algebraic Methods in vehicle system analysis “ Proc. Of The Third Course and Seminar on Advanced Vehicle System Dynamics, Amalfi, Italy, 1986
5. M. Demic “ Tdendifiatiien of vibration parameters for motor vehicles” Vehicle System Dynamics 27(68 – 88), 1997
6. M. Gobbi, G. Mastinu, “Expected fatigue damage of road vehicles due to road excitation” Vehicle System Dynamics Supplement. 28(7787 – 788), 1998
7. E. M, Elbeheiry, D. C. Karnopp, “Optimal kontrol of vehicle random vibration with constrained suspansion deflection” Journal Sound and Vibration, 189(5): 547 – 560, 1996
8. C. Demir, “Altı tekerlekli bir taşıtın titreşim modeli” Mühendislik ve Tabi Bilimler Dergisi, 3(129 – 143), 2004
9. Correction of stiffness and mass matrices utilizing similated measured modal data, Applied Matematical Modelling 33 (2009) 2723-2729.